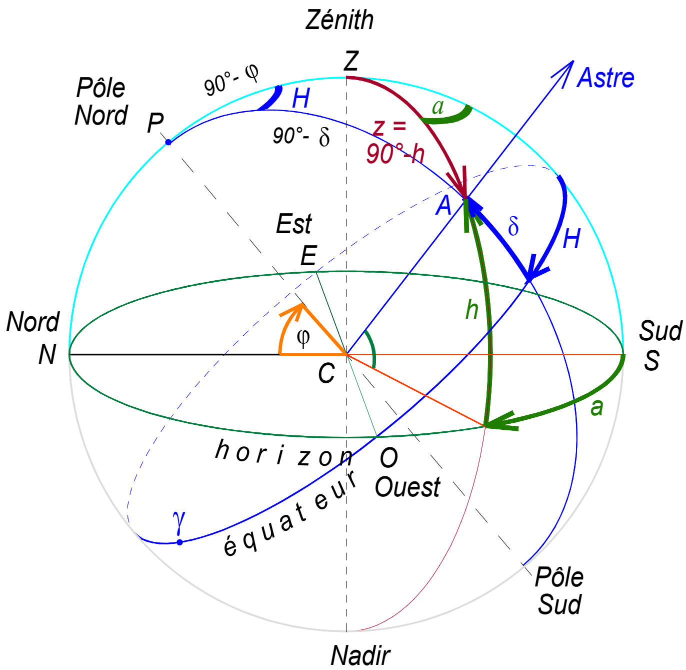
La mesure de la hauteur ou la base de la navigation

En mer où l'agitation est permanente, faire une mesure angulaire a toujours été un problème difficile. Les instruments des plus primitifs tels le kamàl , le bâton de Jacob se sont perfectionnés. Actuellement le sextant permet des mesures précises si l'on en a une bonne pratique.
Dans le référentiel local, azimut et hauteur, seul la hauteur est susceptible d'être obtenue avec une précision suffisante pour en déduire soit la latitude, l'heure locale...
Les astronomes et les mathématiciens ont alors créé à partir de cette mesure un ensemble d'outils permettant de calculer le temps et la position.

Avec les connaissances élémentaires d'Astronomie, mouvement diurne, mouvement du Soleil, de la Lune, positions des étoiles, on va établir les formules qui permettent de relier la hauteur d'un astre à des valeurs de positions et de temps.

Ceci n'est possible que si le navigateur emporte dans ses bagages les données calculées des positions dans le ciel vues d'un référentiel arbitraire en fonction de la date (éphémérides). Ce référentiel a changé au cours des siècles : méridien de l'île du Fer, méridien de Paris, de Greenwich actuellement.

La sphère céleste ou sphère des fixes est rattachée au système de coordonnées équatoriales (ascension droite et déclinaison). L'observateur lui observe dans deux référentiels rattachés à sa position : le référentiel local (azimut et hauteur) et le référentiel horaire (angle horaire et déclinaison). Ces deux référentiels sont propres au lieu. La relation avec la sphère des fixes, qui tourne pour l'observateur, est le passage du système horaire au système équatorial par le temps sidéral T_S par la relation élémentaire $H = T_S - \alpha$. Le passage entre le référentiel local et le référentiel horaire n'est qu'un simple changement de coordonnées.



● coordonnées horizontales ⇒ coordonnées horaires

$$\sin\delta = \sin\varphi \,.\, \cos z - \cos\varphi \,.\, \sin z \,.\, \cos a$$
$$\cos\delta \,.\, \sin H = \sin z \,.\, \sin a$$
$$\cos\delta \,.\, \cos H = \cos\varphi \,.\, \cos z + \sin\varphi \,.\, \sin z \,.\, \cos a$$

● coordonnées horaires ⇒ coordonnées horizontales

$$\cos z = \sin\varphi \,.\, \sin\delta + \cos\varphi \,.\, \cos\delta \,.\, \cos H$$
$$\sin \mathrm{z} \,.\, \sin a = \cos\delta \,.\, \sin H$$
$$\sin z \,.\, \cos a = - \cos\varphi \,.\, \sin\delta + \sin\varphi \,.\, \cos\delta \,.\, \cos H$$

avec φ la latitude du lieu et z la distance zénithale complément de la hauteur.

Dans la figure ci-contre toutes ces coordonnées se retrouvent dans le triangle miracle *AZP* :

angle *APZ* angle horaire
angle *PZA* supplément de l'azimut
arc *PA* ou angle *PCA* : complément de la déclinaison
arc *ZA* ou angle *ZCA* : complément de la hauteur
arc *PZ* ou angle *PCZ* : complément de la latitude

Faire le point

Cas ou *h* = 0

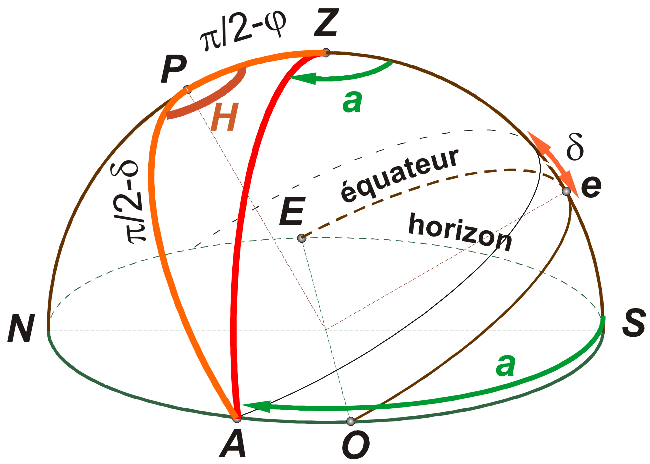
Un cas très simple est l'observation d'un astre, Soleil, étoile... sur l'horizon, soit un lever à l'est, soit un coucher à l'ouest. La valeur de la hauteur est nulle (attention aux corrections dues à la réfraction, à l'élévation au dessus du niveau de la mer et pour le Soleil et la Lune le diamètre apparent, car on vise le bord)

$$h = 0°$$

On suppose la latitude connue, par exemple en ayant observé la hauteur de la polaire. Si l'Astre observé est le Soleil, on a immédiatement l'heure locale :

$$\cos ZA = \cos PA \cos PZ + \sin PA \sin PZ \cos H$$
$$0 = \cos (90°\text{-}\delta) \cos (90°\text{-}\varphi) + \sin (90°\text{-}\delta) \sin (90°\text{-}\varphi) \cos H$$
$$0 = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos H$$

$$\cos H = \text{-}\tan \delta \tan \varphi$$



La déclinaison de l'astre est donnée par les éphémérides.
Si c'est le Soleil, on a le temps local et le temps du lieu est :

$$T = H + 12\text{h}$$

qu'il faut transformer en temps solaire moyen avec la correction de l'équation du temps.

$$T_M = T + E$$

Si de plus une montre garde-temps donne l'heure au méridien origine T_G, on a alors la longitude :

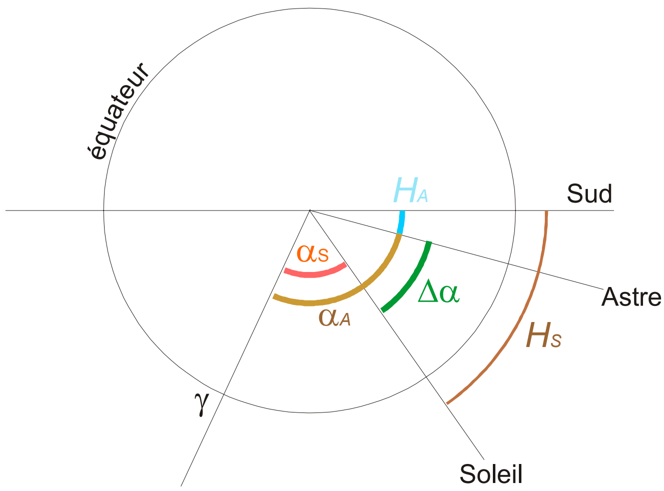
$$l = T_M - T_G$$

L'azimut au moment du lever est calculable aussi. On prend la formule qui exprime le côté *PA* :

$$\cos PA = \cos ZA \cos PZ + \sin ZA \sin PZ \cos (180° - a)$$
$$\cos(90°\text{-}\delta) = - \sin(90°\text{-}\varphi) \cos a$$
$$\sin \delta = - \cos \varphi \cos a$$
$$\cos a = - \sin \delta / \cos \varphi$$

Ou par la formule des sinus

$$\sin a = \cos \delta \sin H$$



Si l'objet est une étoile, il faut la différence d'ascension droite Soleil – étoile :

$$\Delta\alpha$$

On a alors :

$$H_S = H_A + \Delta\alpha$$

qui est l'heure solaire locale.

Cas général $h \neq 0$

Toujours dans le triangle *PZA*, la formule

$$\cos ZA = \cos PA \cos PZ + \sin PA \sin PZ \cos H$$

donne

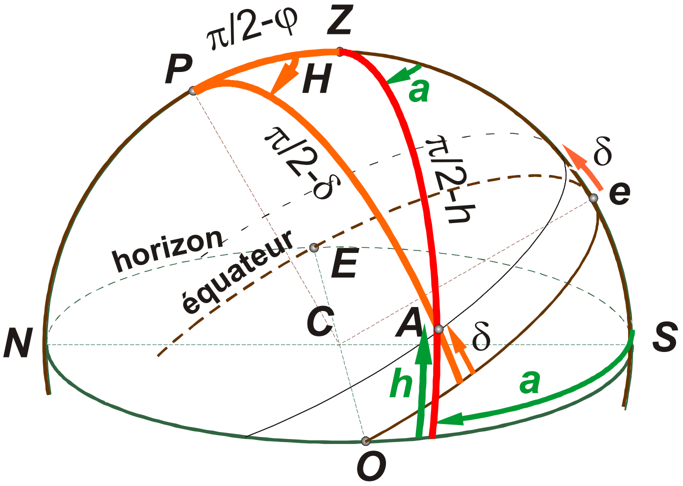
$$\sin h = \sin \delta \sin \varphi + \cos \delta \cos \varphi \cos H$$

$$\cos H = \frac{\sin h - \sin\delta \sin\varphi}{\cos\delta \cos\varphi}$$

Et en partant de la formule des sinus on obtient l'azimut :

$$\frac{\sin a}{\cos\delta} = \frac{\sin H}{\cos h}$$

soit :
$$\sin a = \frac{\sin H \cdot \cos\delta}{\cos h}$$



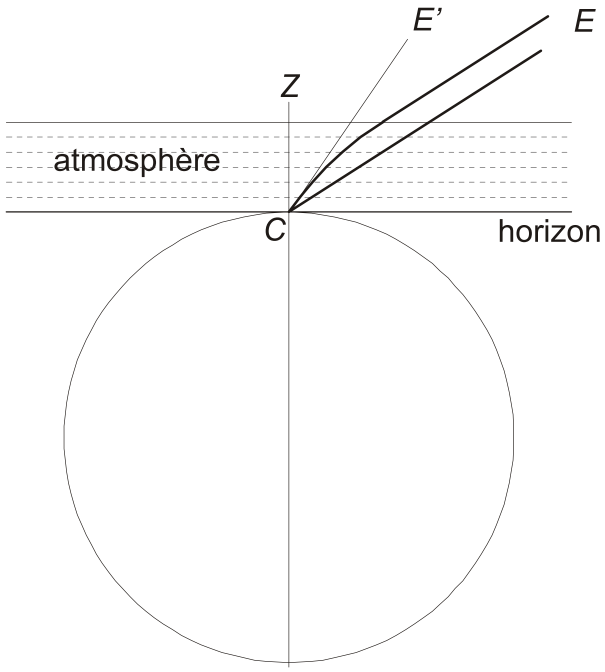
Les réductions

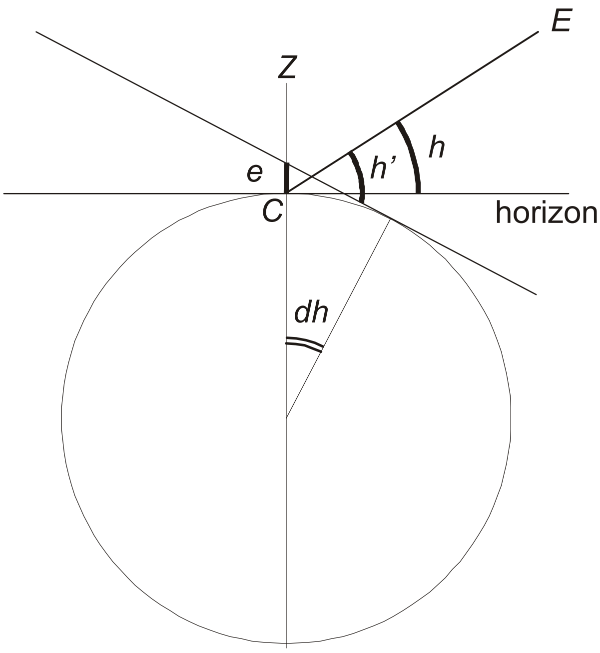
Réfraction

Les trois effets qu'il faut corriger lorsque l'on fait le point, réfraction, élévation et parallaxe (Lune) agissent sur la mesure de la hauteur.

La réfraction courbant par effet de prisme le rayon venant de l'astre, l'élève sur l'horizon et augmente la hauteur.

Cette déviation est nulle au zénith et maximale à l'horizon. Elle est variable avec l'état de l'atmosphère et vaut un peu plus de 30' d'arc à l'horizon. On en trouve des tables de vlaurs moyennes.





Elévation

Sur un bateau ou à terre, étant au-dessus du niveau de la mer de *e*, on a un faux horizon qui permet de voir un peu en dessous de l'horizon vrai.
La hauteur d'un astre mesuré est augmentée de *dh* qui vaut :

$$\cos dh = R_T / (R_T + e)$$

A 10 mètres de haut, dh = 6'.

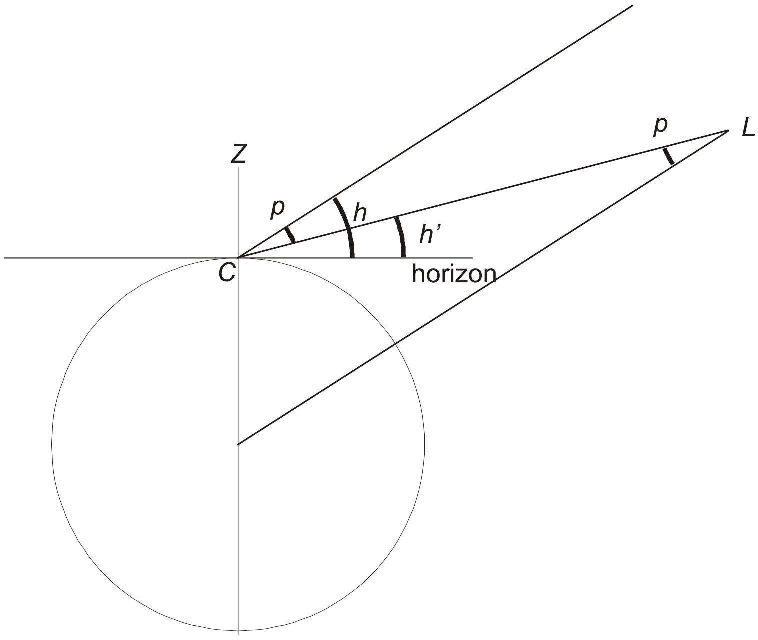
Parallaxe

Par rapport à un observateur géocentrique, la parallaxe fait voir l'objet plus bas (*h'* au lieu de *h*) et diminue la hauteur.

$$\sin p = \cos h' \,(R_T / D_L)$$

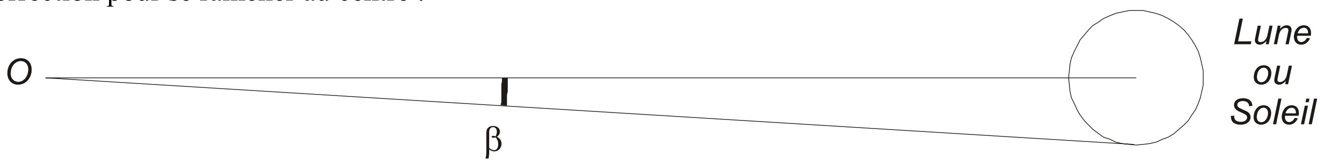
La parallaxe est maximale avec la Lune sur l'horizon et vaut environ 1°

Négligeable pour le Soleil dans les conditions d'observation en mer.



Diamètre angulaire

Il reste pour le Soleil et la Lune à faire la correction pour se ramener au centre :



Correction à ajouter ou retrancher si l'on a visé le bas ou le haut du isque.
Cette correction est variable avec les distances de la Lune et du Soleil à la Terre et vaut en moyenne 15'.

Bibliographie de l'exposé

(entre autre)

Le Traité de Navigation. Manuscrit De La Bibliothèque Municipale De Rouen. Denoville, Jean-Baptiste. Ed. Point De Vues http://assprouen.free.fr/denoville/

Traité de la construction et des principaux usages des instrumens de mathématique (Service Commun de la Documentation de l'Université de Strasbourg)
http://num-scd-ulp.u-strasbg.fr:8080/640/

Mémoire sur l'Observation des longitudes en mer, La Caille - MARS 1759, p63-99.

Sur la recherche des longitudes en mer, HARS, 1722, p 96-120.

Usage des mouvements de la Lune pour trouver la longitudes en mer, Lalande dans Astronomie tome 3, 651-682, 1792.

Astronomie des marins, Pézenas E., 1766, 492 pages : sur Google books, mais planches scannées avec les planches repliées.

HARS et MARS : Histoire et Mémoires de l'Académie Royale des Sciences