

Histoire de la mesure du méridien terrestre par Eratosthène (et les hypothèses d'Anaxagore)



ou

Comment mesurer la Terre avec un bâton et un chameau ?

*Atelier du mercredi – CRAL 20/03/2019
Sylvain Valour - Professeur relais en astronomie*

Sommaire

I – La méthode « historique »

II – Adaptons la méthode d’Eratosthène avec moins de contraintes

III – Manipulations



Place dans les programmes :

- Programme de Première, Enseignement commun

Un gros point positif :

- Permet de faire de l'astronomie, en plein jour !

I – La méthode « historique »

1) Le contexte historique :

- C'est la première mesure du périmètre terrestre pour laquelle on a une trace de la méthode.
- Au préalable, Aristarque (310-230 avt JC) avait estimé la distance Terre Soleil par rapport à la distance Terre- Lune.
Il a procédé par des considérations géométriques et des observations des durées entre les premiers et derniers quartiers de Lune.
- Il estime la distance Terre-Soleil comprise entre 18 et 20 fois la distance Terre-Lune

2) Les hypothèses et le raisonnement d'Anaxagore

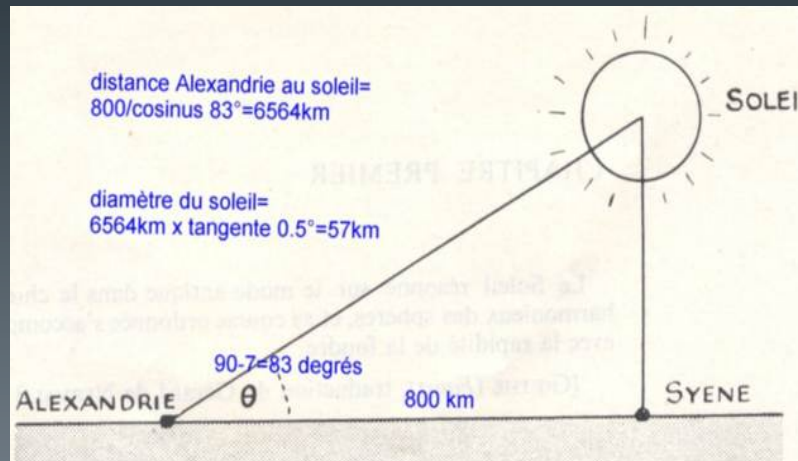
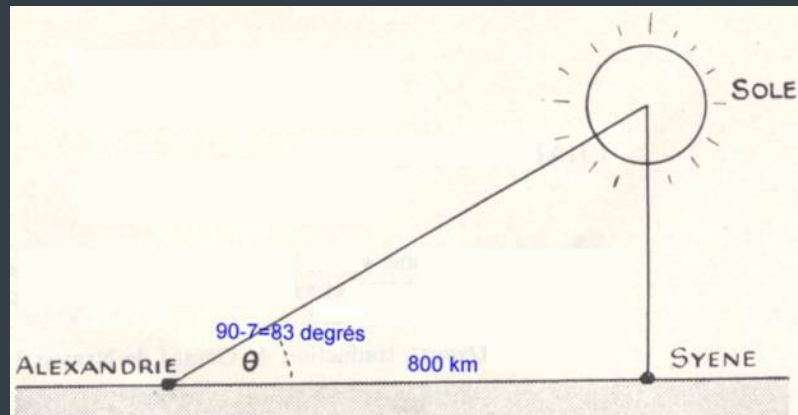
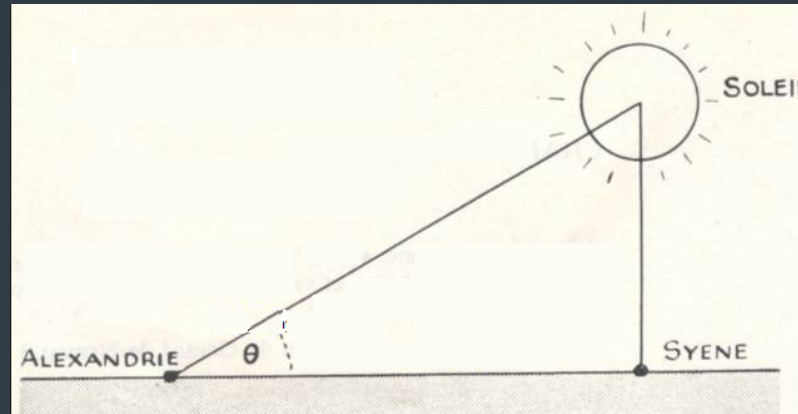
« Anaxagore prétendit que le Soleil flottait à environ 6500 km de la surface de la Terre. Son raisonnement était assez logique. Des voyageurs revenant de la ville de Syène lui avait appris que le jour du solstice d'été, à midi, le Soleil se trouve au zénith. Il savait d'autre part qu'à Alexandrie, 5000 stades (1 stade \approx 160 m) au nord de Syène, le Soleil, ce même jour à midi, était à peu près à sept degrés du zénith. Croyant la Terre plane, il traça une figure, d'où il conclut que la hauteur du Soleil au-dessus de la Terre était égale à 6500km. Le calcul mathématique d'Anaxagore était correct, mais ses hypothèses étaient fausses (la Terre n'est pas plane !). Deux siècles plus tard, son raisonnement fut repris par Eratosthène, pour qui la différence des positions du Soleil au solstice à Alexandrie et à Syène était imputable, non à la distance de celui-ci à la Terre, mais à la courbure de celle-là. Il supposa que le Soleil était assez éloigné pour que ses rayons frappent la surface terrestre en faisceaux parallèles ; il put alors conclure, à l'aide d'un schéma, que la Terre était une sphère de rayon voisin de 6500 km. »

(D'après : Une étoile nommée Soleil, de G. Gamow)

Travail :

- -Représenter la figure pensée par Anaxagore et reporter l'angle.
- -Retrouver la valeur obtenue par Anaxagore pour la distance Terre-Soleil
- -Par la même méthode, retrouver la valeur du rayon du Soleil correspondante (et fausse...)

■ Réponse :



3) Que savait Erathostène ?

- Eratosthène (Cyrène environ 276 av.J.-C - Alexandrie, environ 194 av.J.-C) était astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du IIIe siècle avant notre ère (né à Cyrène, aujourd'hui Chahat en Libye, v. -276 ; mort à Alexandrie, Égypte, v. -194).
- Il fut l'élève d'Ariston de Chios. Il a été directeur de la bibliothèque d'Alexandrie.
- Il est célèbre pour être le premier dont la méthode de mesure de la circonférence de la Terre soit connue.
- On a donné son nom à l'astéroïde (3251) Ératosthène5, ainsi qu'au cratère lunaire Eratosthène. Il est bibliothécaire à la Grande Bibliothèque d'Alexandrie. Il a donc accès à de très nombreux articles (écrits sur papyrus).

Peu de témoins pour savoir ce qu'il lisait, mais voici trois hypothèses avec lesquelles il a probablement travaillé.

- Les travaux d'Aristote qui démontrent, preuves à l'appui, que la Terre est bien ronde. (Même si peu de gens en sont convaincus à l'époque)

I. Texte d'Aristote (environ 350 av JC) : tiré de "Du Ciel. II, 14".

Une preuve nous est fournie par l'évidence sensible : sans cette sphéricité, les éclipses de Lune ne présenteraient pas les segments tels que nous les voyons. C'est un fait que si, dans les aspects qu'elle offre chaque mois, la Lune revêt toutes les variétés (puisqu'elle devient droite, bombée et concave ; dans les éclipses, la ligne qui la limite est toujours une ligne courbe, de sorte que, s'il est vrai que l'éclipse est due à l'interposition de la Terre, c'est la forme de la

surface de la Terre qui, étant sphérique, sera la cause de la forme de cette ligne.

En outre, nos observations des astres montrent avec évidence, non seulement que la Terre est circulaire, mais que c'est un cercle qui n'est pas d'une grandeur considérable. En effet, il suffit que nous nous déplaçons tant soit peu vers le Sud ou vers le Nord, pour amener une évidente modification du cercle de l'horizon, de sorte que les étoiles qui sont au-dessus de nos têtes sont tout à fait changées, et n'apparaissent plus les mêmes si nous nous déplaçons vers le Nord ou vers le Sud. En effet, il y a des étoiles qu'on voit en Égypte et dans le voisinage de Chypre, et qu'on n'aperçoit pas dans les régions situées au Nord ; et les étoiles qui, dans la région du Nord, n'échappent jamais à notre champ visuel, ont leur coucher dans les régions du Sud. Il résulte évidemment de ces faits que non seulement la forme de la Terre est circulaire, mais encore qu'elle est une sphère qui

n'est pas très grande, car autrement l'effet d'un si faible changement de position ne serait pas si vite apparent. C'est pourquoi ceux qui croient qu'il y a continuité de la région avoisinant les Colonnes d'Hercule et de la région de l'Inde, et que, de cette façon, il n'y a qu'une seule mer, ne semblent pas professer une opinion tellement incroyable. Ils en donnent encore comme preuve le cas des éléphants, dont l'espèce se rencontre dans chacune de ces régions extrêmes, ce qui tend à faire croire que c'est en raison de leur continuité que les régions extrêmes sont affectées des mêmes caractéristiques.



Dans le deuxième, on trouve la relation d'un « fait divers » :

On a constaté qu'à Syène, belle ville situé sur les bords du Nil, quelque part au Sud d'Alexandrie, le jour du Solstice d'Été, les rayons du Soleil pénètrent à midi jusqu'au plus profond d'un puits, prouvant que ce jour là, le Soleil est « au Zénith ». Événement digne d'être remarqué puisque ce passage du Soleil au Zénith est rarissime : seuls les lieux situés dans la bande intertropicale y ont droit et cela ne se produit que deux fois par an... A Syène, cela ne se produit même qu'une seule fois !

Et pour cause, Syène se situe exactement sur le Tropique du Cancer...



Dans le troisième, sans doute un récit de voyage :

Eratosthène apprend la durée des voyages que les caravanes de chameaux accomplissent le long du Nil entre Alexandrie et Syène, deux villes situées pratiquement sur le même méridien.

Et le voici sur la grand place du marché d'Alexandrie, où il interroge discrètement un chamelier : quelle distance sa caravane parcourt-elle dans la journée ? Il ne reste plus qu'à déduire de ces données la distance entre les deux villes.

On dit souvent qu'il trouva 5000 stades

▪ Travail :

- Citer les hypothèses qui différencient Eratosthène d'Anaxagore.
- Citer 3 arguments d'Aristote démontrant que la Terre est ronde.


3) Que savait Erathostène ?

- Eratosthène (Cyrène environ 276 av.J.-C - Alexandrie, environ 194 av.J.-C) était astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du IIIe siècle avant notre ère (né à Cyrène, aujourd'hui Chahat en Libye, v. -276 ; mort à Alexandrie, Égypte, v. -194).
- Il fut l'élève d'Ariston de Chios. Il a été directeur de la bibliothèque d'Alexandrie.
- Il est célèbre pour être le premier dont la méthode de mesure de la circonférence de la Terre soit connue.
- On a donné son nom à l'astéroïde (3251) Ératosthène5, ainsi qu'au cratère lunaire Eratosthène. Il est bibliothécaire à la Grande Bibliothèque d'Alexandrie. Il a donc accès à de très nombreux articles (écrits sur papyrus).

4) Le résultat d'Eratosthène

- Eratosthène savait qu'à Syène (Assouan), le 21 juin à midi, on pouvait voir l'image du Soleil se refléter au fond d'un puits. Cela signifiait évidemment que le Soleil était alors exactement à la verticale du puits.
- Le 21 juin, à midi, à Alexandrie, Eratosthène mesure la longueur de l'ombre d'un obélisque de la ville. Par un calcul de géométrie simple, il montre alors que le Soleil fait un angle de $7^{\circ}12'$ avec la verticale (mesure très proche de la réalité parce que *la vraie mesure est d'environ $7^{\circ}8'$*)
- En faisant l'hypothèse que la Terre est ronde pour expliquer la différence d'inclinaison des résultats, il parvient à calculer la longueur du méridien terrestre soit le périmètre de la Terre.



- 
- Travail : Reproduire son raisonnement sachant que les bématises (arpenteurs grecs qui mesuraient des distances en comptant les pas) ont trouvé que la distance Syène-Alexandrie était de 5000 stades de 157,5 m

- Aides possibles pour les élèves :

-Faire un petit calcul de proportionnalité : avec $7^{\circ}12'$ qui donnent 787,5 km, et 360° donnent ... ?

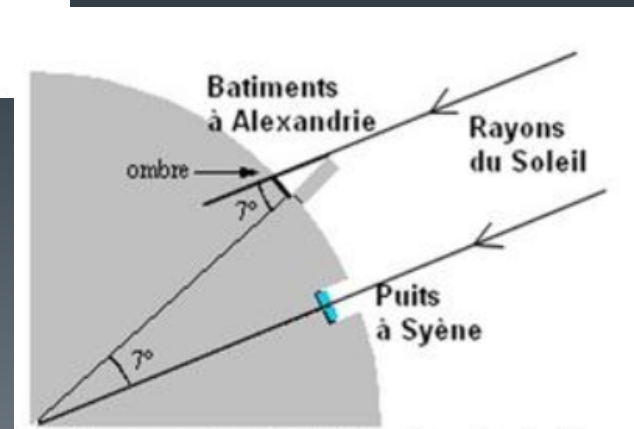
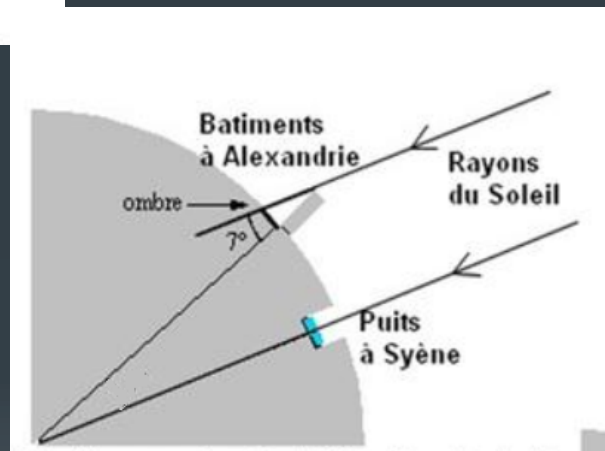
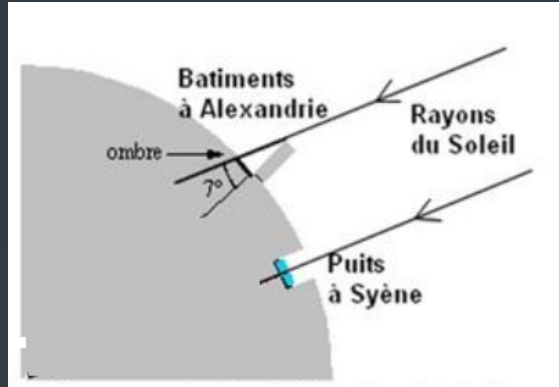
-N'oublions pas que 60 minutes correspondent à 1 degré donc 12 minutes correspondent à

On peut aussi noter que $7^{\circ}12'$ représentent 1/50 ème du tour de la terre.

- Animation pour représenter la situation :

http://www.ostralo.net/3_animations/swf/eratosthene.swf

- Des schémas pour comprendre :





- **Remarque**

La différence de longitude entre Syène et Alexandrie introduit une erreur non négligeable. Cela peut intervenir sur le résultat d'Eratosthène, elle a peut-être compensé l'erreur de mesure de la distance entre Syène et Alexandrie calculée à partir de journées de marche.

Eratosthène avait sans doute conscience d'avoir trouvé une approximation de la circonférence de la Terre sans peut-être...(?) en maîtriser la précision.

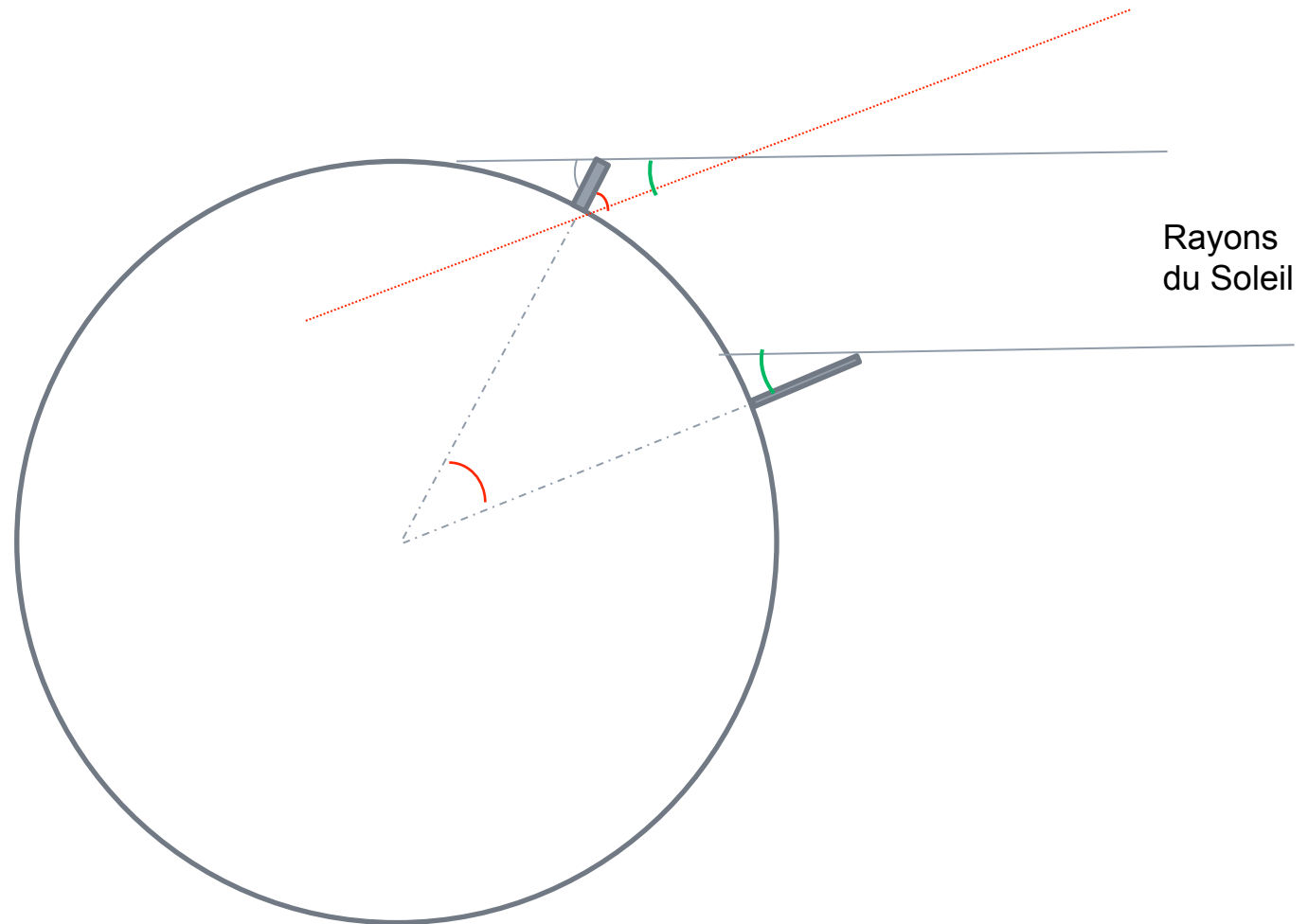
- Eratosthène trouve alors la longueur de la circonférence de la Terre : **39375 km** ce qui est très proche de la réalité : **40075 km** par les pôles dans les mesures actuelles

I –Adaptons la méthode d’Eratosthène avec moins de contraintes

Deux villes sur le même méridien (ou presque) à une date quelconque (mais la même pour les deux)

Pourquoi c’est possible ?

Schéma de la situation



Travail : Montrer comment il est possible de déterminer le méridien terrestre dans cette situation où deux bâtons ont une ombre. La distance entre les deux villes est supposée connue.

I – Manipulations

1) Méthode de mesure des distances entre ville

a) Avec Google maps

Exercice : déterminer la distance entre Lyon et Bruxelles

b) Avec leur latitude et l'animation `dist_villes_eratosthene.swf`

Exercice : Déterminer la distance entre Lyon et Bruxelles

2) Détermination de l'heure

a) Avec Stellarium

- Exercice : Déterminer l'heure de passage au méridien aujourd'hui à Lyon et le 21 juin 2019

b) Avec les éphémérides

- Exercice : Déterminer l'heure de passage au méridien sur le site : <https://ssp.imcce.fr/> aujourd'hui à Lyon et le 21 juin 2019

c) Avec l'équation du temps

- Exercice : Evaluer l'heure de passage au méridien pour Lyon aujourd'hui et le 21 juin 2019

d) Avec un simulateur de position du Soleil

<https://fr.planetcalc.com/318/>

- Exercice : Déterminer l'heure de passage au méridien aujourd'hui à Lyon et le 21 juin 2019

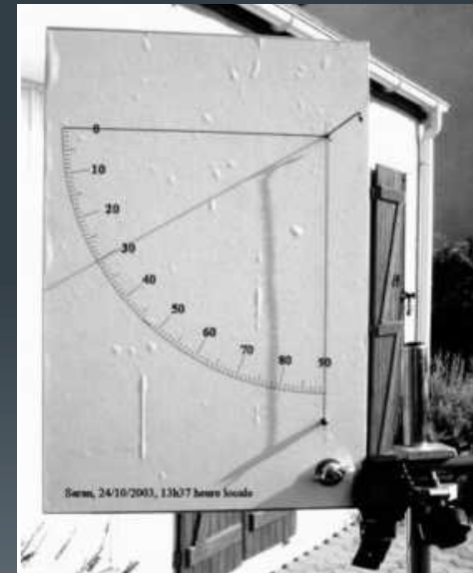
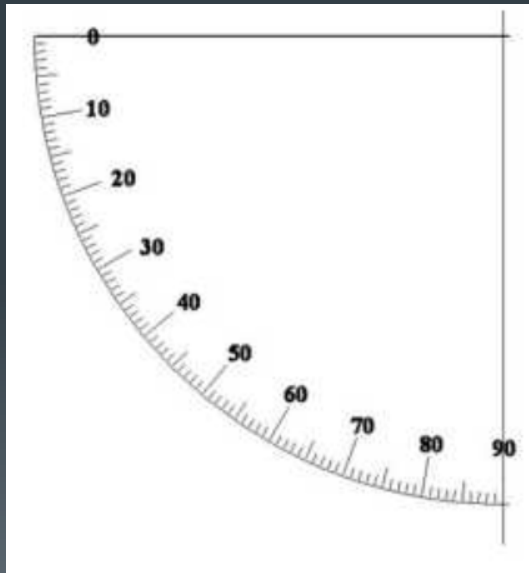
3) Méthodes de mesure de l'angle et de l'ombre

a) Avec un gnomon (de 1m), un mètre et la tangente

- Méthode simple et efficace, facile à mettre en œuvre. Il faut veiller à tenir le bâton ou gnomon bien verticalement, avec une équerre (voire 2) de tableau par exemple si le sol est assez plan ; ou un fil à plomb de maçon.
- On veillera toujours à faire reproduire la mesure par plusieurs groupes pour travailler autour de la minimisation de l'incertitude de mesure.
- Le bâton doit avoir une longueur précisément connue ; mais peut-être différence de 1m. En cas d'échange avec une autre classe, il faudra alors veiller à bien comparer les angles et pas les longueurs d'ombre.
- Un support de chimie bien haut et au piètement stable peut avantageusement remplacer un bâton. Il peut être calé bien verticalement avec des cales fines de bois ou de simples feuilles de papier repliées.

b) Avec un quadrant

C'est un quart de cercle gradué en degrés. Collé sur une planchette, il est muni d'une tige placée au sommet de l'angle droit et équipé d'un fil à plomb. L'appareil, fixé sur un support et orienté convenablement, permet de mesurer directement la hauteur (angle par rapport à l'horizon) du Soleil



c) Avec un simulateur d'ombre

- <https://fr.planetcalc.com/1875/>
- Déterminer les longueurs des ombres à Lyon et Bruxelles aujourd'hui puis reproduire la méthode proposée au II pour déterminer la longueur du méridien terrestre.

d) Avec une expérience collaborative :

- Il s'agit de collecter des données de mesures faites le même jour et de mettre en relation des établissements scolaires de longitude voisine.
- Pour des travaux toute l'année, il est possible de récupérer les données, de travailler à une autre date avec la possibilité d'utiliser un simulateur donnant l'angle (au centre de la Terre) entre le lieu où l'observateur se trouve et un lieu où les rayons du Soleil sont perpendiculaires au sol.
- <http://eratosthenes.ea.gr/> (site en anglais)

- Bienvenue sur la plateforme Eratosthen Experiment!

Inscrivez-vous en créant votre compte.

Entrez en contact avec vous avec une école enregistrée à la même longitude (cette information vous sera fournie par l'équipe organisatrice)

Joignez vos efforts à l'école correspondante et enregistrez vos données

Calculer la circonférence de la terre

Soumettez vos données et participez au Concours Photo Eratosthenes Mars 2019

Cette année, l'expérience aura lieu le jeudi 21 mars. Vous pouvez effectuer l'expérience en collaboration avec une autre école sur la même longitude, si aucune autre école ne peut être trouvée sur la même longitude vous pouvez considérer l'existence d'une école virtuelle sur l'équateur avec des données expérimentales 0 (Ombre d'un bâton d'un mètre mesuré à midi heure locale). De cette façon, vous pouvez également obtenir un résultat précis en effectuant l'expérience par vous-même.

Si vous souhaitez effectuer l'expérience par vous-même à une date autre que le 21 mars, vous pouvez utiliser ce simulateur pour trouver l'angle exact entre votre école et l'endroit où les rayons du soleil sont perpendiculaires au sol.

L'expérience Eratosthene est organisée sous l'appui de l'Union astronomique internationale (UAI) dans le cadre des célébrations du centenaire de l'AIU.

- Bibliographie/Sitographie :

- Le retour d'Ératosthène

http://clea-astro.eu/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_107_05.pdf

- Comment déterminer le diamètre de la Terre ?

http://clea-astro.eu/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_098_02.pdf

- Les plus anciennes mesures de la Terre :

http://clea-astro.eu/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_079_06.pdf

- Dossier le rayon de la Terre :

http://clea-astro.eu/archives/cahiers-clairaut/CLEA_CahiersClairaut_107_04.pdf

- Quelques éléments didactiques et historiques sur l'expérience d'Ératosthène :

http://bupdoc.udppc.asso.fr/consultation/article-bup.php?ID_fiche=21076

- -Ératosthène et la mesure de la circonférence terrestre

<http://revue.sesamath.net/spip.php?article547>

- Mesurer la Terre à la manière d'Ératosthène

<https://www.apmep.fr/IMG/pdf/atelierD29.pdf>

- -Expérience Eratosthene collaborative : <http://eratosthenes.ea.gr/>

- -Approcher l'astronomie mathématique en classe : un exemple d'usage d'éléments d'histoire des cosmologies chinoises et grecques Nicolas Décamp, C. De Hosson

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01734845/document>

- - Pour la distance entre deux villes connaissant leur latitude :

http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/textes/eratoste.htm