

LA MESURE DE LA DISTANCE TERRE SOLEIL

G. Paturel, Astronome retraité

Le but de ce stage est de présenter les méthodes de détermination de la distance Terre-Soleil pour qu'elles soient compréhensibles par des élèves de collège ou de terminal. Des expériences simples sont proposées pour faciliter l'assimilation des principes et des explications approfondies sont données pour que l'enseignant puisse apporter des compléments aux élèves curieux.

1. PREMIERE TENTATIVE PAR ARISTARQUE

1.1. Distance Terre-Lune d'abord

Aristarque de Samos(-300) constata que le *diamètre apparent* de la Lune pouvait se reporter trois fois dans le disque d'ombre (Figure 1). Le *diamètre vrai* de la Lune se déduit simplement du diamètre du cylindre d'ombre : $12800/3 = 4267$ km.

Or le diamètre apparent de la Lune est de 0,5 degré. On trouve alors immédiatement la distance Terre Lune D par la relation classique (pour les angles petits) :

$$D = \frac{4267}{\tan(0,5)} = 490000 \text{ km.}$$

Cette valeur est un peu trop élevée. Cela tient au fait que l'on a considéré que l'ombre de la Terre était un cylindre alors qu'en réalité c'est un cône.

Comment faire la correction de cet effet ? Nous allons montrer que l'angle du cône est égal au diamètre apparent du Soleil (rappelons que ce diamètre apparent est égal à celui de la Lune, soit 0,5 degré - c'est pour cette raison que nous pouvons observer des éclipses totales de Soleil).

Dans ces conditions, on voit aisément (figure 1) que la Lune se reporte effectivement trois fois dans l'ombre de la Terre, mais que le diamètre de cette ombre n'est pas 12800 kilomètre mais de 12800 kilomètres moins le diamètre de la Lune. Dit autrement, le diamètre de la Lune se reporte quatre fois dans les 12800 kilomètres. En répétant le calcul vu plus haut, on trouve la diamètre de la Lune 3200 kilomètre et sa distance $D= 370000$ kilomètres.

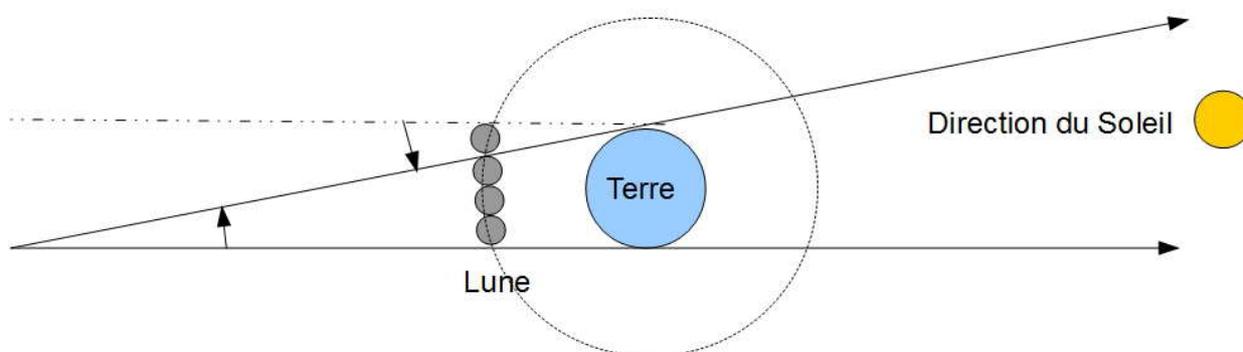


Figure 1 : Distance Terre-Lune

1.2. Tentative de mesure de la distance Terre Soleil

Aristarque essaya de mesurer la distance Terre Soleil par une méthode très astucieuse mais malheureusement impraticable. En mesurant la durée δ qui sépare le dernier quartier du premier quartier, Aristarque essaya d'évaluer l'angle $\delta/2$ qui est le complémentaire de l'angle ε (figure 2).

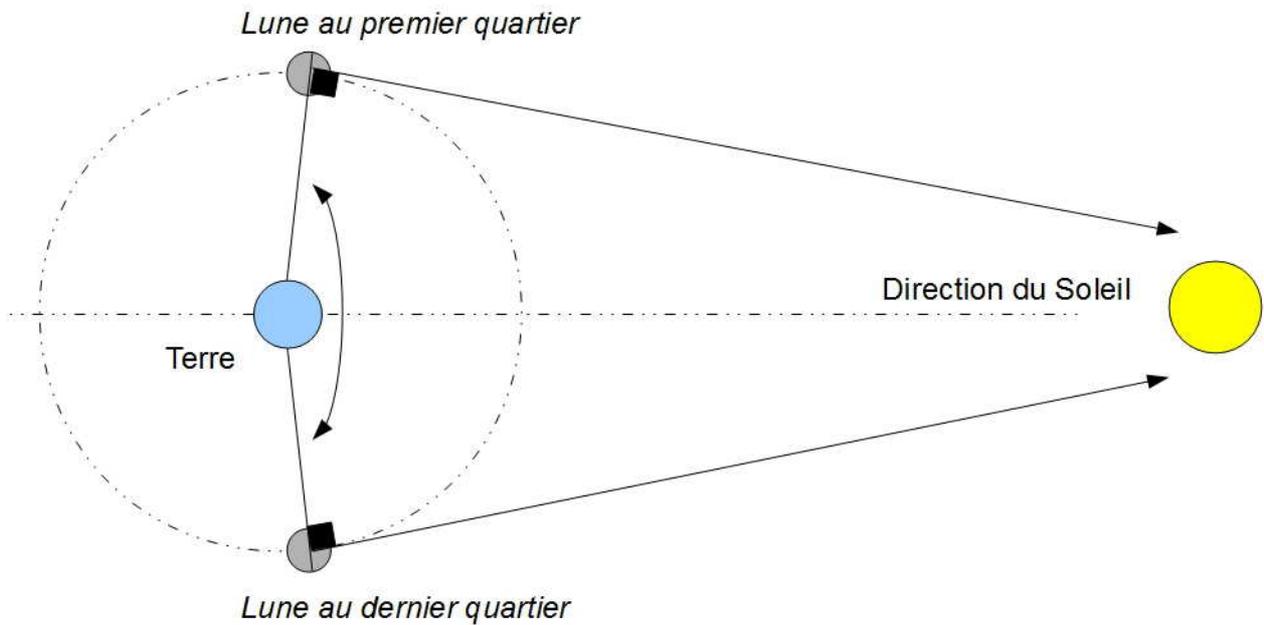


Figure 2 : Tentative de détermination de la distance Terre-Soleil

Il essaya de déterminer le rapport de la distance Terre Lune TL à la distance Terre Soleil TS .

$$\frac{TL}{TS} = \sin \varepsilon$$

Avec les valeurs connues aujourd'hui, on trouve que l'angle ε est de 0,15 degré. L'angle δ est donc de 179,7 degrés. Pour mesurer la distance TS avec une erreur de 20%, il aurait fallu mesurer l'angle ε avec une incertitude de $\Delta\varepsilon=0,2\varepsilon$, soit 0,03 degré ou, exprimé en temps, 4 secondes. Or il n'est pas possible d'estimer avec une telle précision l'instant précis du premier ou du dernier quartier.

2. LA MÉTHODE ACTUELLE VIA LES LOIS DE KEPLER

2.1. Distance Terre Soleil par la parallaxe horizontale de Mars

Aussi paradoxal que cela puisse paraître, c'est par la mesure de la distance Terre Mars que l'on a pu connaître pour la première fois la distance Terre Soleil avec précision. Ceci n'a rien d'étonnant car les lois de Kepler permettaient de construire une carte du système solaire dont seule manquait l'échelle. La mesure d'une seule distance du système solaire donne l'échelle de tout le système et donc la distance Terre Soleil (que l'on appelle l'unité astronomique).

La parallaxe mesurée depuis la Terre, en prenant pour base le rayon équatorial de la Terre, s'appelle la *parallaxe horizontale*. En 1672, Cassini, Picard et Richer entreprirent de mesurer la parallaxe horizontale de Mars quand cette planète passait au plus près de la Terre (ce qu'on appelle une "opposition", car Mars se trouve, vu de la Terre, à l'opposé du Soleil). La mesure se fit en observant Mars depuis Paris et depuis Cayenne, simultanément. La mesure fut rapportée à la base formée par le rayon équatorial de la Terre, ce qui donna une parallaxe horizontale de $p=24''$ (soit une distance Terre Mars de 54 746 000 km).

Quelle est la distance Terre Soleil ? On rappelle que la période orbitale de Mars est de 1,88 ans (celle de la Terre est de 1 an, par définition). L'excentricité de l'orbite de Mars est $e=0.093$, l'excentricité de la Terre est négligeable pour ce calcul.

Corrigé : Appliquons la troisième loi de Kepler, mais sans négliger l'excentricité de l'orbite de Mars :

$$\frac{ST^3}{P_T^2} = \frac{OM^3}{P_M^2}$$

O est le centre de l'ellipse représentant l'orbite de Mars. S est la position du Soleil au foyer de cette ellipse. S est également le centre du cercle représentant la trajectoire de la Terre. P_T et P_M représentent les périodes de la Terre et de Mars, respectivement. On a :

$$OM = TM + ST + OS$$



et en utilisant la définition de l'excentricité $e=OS/OM$, on trouve que :

$$OM = \frac{TM + ST}{1 - e}$$

En reportant cette relation dans l'équation de Kepler on trouve :

$$TS = \frac{TM}{(1 - e) \left[\frac{P_M}{P_T} \right]^{2/3} - 1}$$

Avec $TM=54746000\text{km}$ on trouve $TS=144\,000\,000\text{ km}$. C'était la première détermination précise de la distance Terre Soleil. La valeur fut améliorée plus tard en utilisant l'astéroïde Eros.

2.2. Méthode appliquée à Eros

Refaisons le calcul comme cela fut fait historiquement avec l'astéroïde Eros, dont la période orbitale est de 1,758 ans et l'excentricité de 0.223. Eros passe au minimum à 23 000 000 km de la Terre, ce qui rend la mesure de sa parallaxe deux fois plus précise que la mesure pour Mars. En faisant un calcul similaire au calcul précédent on trouve une distance Terre-Soleil de 150200000 km, très proche de la valeur actuellement admise.

2.3. Méthode moderne avec un radar

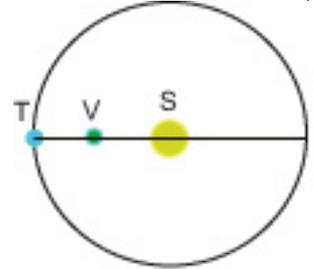
Pour conclure, utilisons la méthode moderne de l'écho radar sur Vénus. L'écho est reçu 276 s après l'émission quand Vénus est en conjonction. La période orbitale de Vénus étant de 0,615 an et son excentricité négligeable, calculez la distance Terre Soleil.

Corrigé : En prenant 300000 km/s pour la vitesse de la lumière, et en réalisant que les 276 s représentent le temps pour un aller et retour (2 fois la distance Terre-Vénus), on trouve qu'au moment de la conjonction, Vénus est à une distance de :

$$TV = 300000 \frac{276}{2} = 41400000 \text{ km.}$$

Dans le cas de Vénus on peut négliger l'excentricité. L'application de la troisième loi de Kepler, comme précédemment conduit à l'équation :

$$TS = \frac{TV}{1 - \left[\frac{P_V}{P_T} \right]^{2/3}}$$



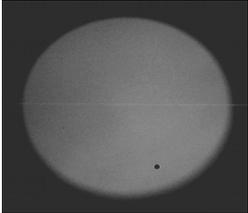
L'application numérique conduit à $TS = 149\,600\,000$ km. Il est important de remarquer que cette valeur n'est pas directement le demi grand axe de la trajectoire de la Terre (ce qu'on appelle l'unité astronomique). Il faudrait faire un calcul plus précis et prendre en compte l'excentricité de la Terre et de Vénus et du décalage entre les directions des grands axes au moment de la conjonction). Néanmoins, les excentricités étant faibles, cette valeur est très proche de la valeur adoptée aujourd'hui comme unité astronomique (1 U.A. = 149 598 870 km).

Cette distance correspond à une parallaxe horizontale du Soleil de 8,790".

3. LA METHODE DE VENUS, OPPORTUNISTE ET TRANSITOIRE

3.1. Le transit de Vénus (ou passage de Vénus devant le Soleil)

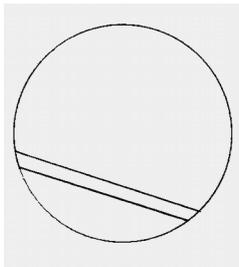
L'événement est rare. Pour le moment, les transits apparaissent par paires. Une paire s'est produite en 1874 et 1882, une autre en 2004 et 2012, une autre se produira en 2125 et 2133.



Halley, le découvreur de la comète du même nom, a proposé d'utiliser le transit de Vénus pour déterminer la distance Terre-Soleil. Le calcul n'est pas simple, l'observation n'est pas facile, mais c'est effectivement réalisable. C'est l'une des principales applications de ce phénomène. On peut en imaginer quelques autres comme le test des méthodes de recherche d'objets faibles à proximité d'une étoile brillante (ex.: recherche de planètes extrasolaires). En 1769, les astronomes essayaient d'utiliser le phénomène pour détecter l'atmosphère de Vénus (voir l'article de La Lande ci-après).

Rappelons deux méthodes usuelles¹.

3.1.1. Première méthode (chronométrage). Deux observateurs distants (A et B) mesurent les temps de transit de Vénus. Ces temps définissent les longueurs des cordes correspondantes sur le disque solaire, donc leurs positions. L'écart angulaire entre ces cordes semble correspondre à la parallaxe cherchée, mais ce n'est qu'une approximation.



En effet, pendant la durée du transit, la Terre a tourné sur elle-même, les observateurs se sont déplacés, la Terre a tourné autour du Soleil et même le plan de la trajectoire de Vénus a pris un angle différent par rapport aux observateurs. De plus, la distance angulaire entre les deux cordes n'est pas non plus la

parallaxe cherchée. Bref, il y a là un problème de géométrie dans l'espace d'une difficulté bien réelle.

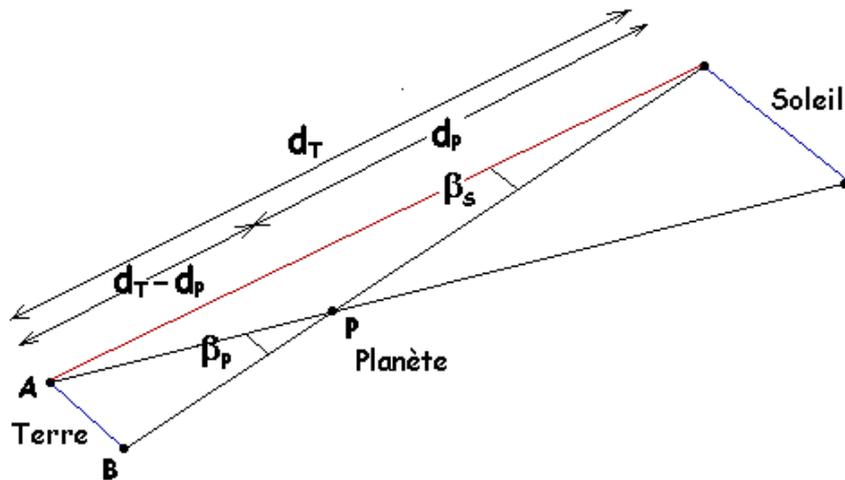
3.1.2. Deuxième méthode (Mesure de parallaxe). Cette méthode semble fournir une solution simple. Imaginons que les deux observateurs prennent, à la même heure, une photo montrant Vénus sur le Soleil. Les télescopes étant bien réglés, la superposition des deux photos semble conduire directement à l'angle de parallaxe, par la mesure du décalage entre les deux images de Vénus. Ce n'est pas tout à fait exact car le Soleil, aussi lointain qu'il soit, n'est pas à l'infini. Rassurez-vous, le problème n'est pas insurmontable comme nous allons voir.

3.2. Application de la méthode (§2.1.2) en 2004

3.2.1. Les calculs généraux. Appelons d_T et d_p les distances respectives de la Terre et de la planète au Soleil. Puisque l'angle β_p est ici très petit, nous pouvons écrire que la distance AB entre les deux observatoires est égale au produit de l'angle β_p exprimé en radians par la distance séparant les deux planètes, soit :

$$AB = \beta_p (d_T - d_p)$$

¹ Une autre méthode, utilisée par Delisle en 1874, consiste à mesurer précisément les heures des contacts (J. Fort).



De même, avec β_s et d_T nous pouvons écrire : $AB = \beta_s d_T$

Nous pouvons en déduire les expressions des deux parallaxes :

$$\beta_s = AB / d_T \quad \text{et} \quad \beta_p = AB / (d_T - d_p)$$

Il est alors facile d'exprimer l'angle $\Delta\beta = (\beta_p - \beta_s)$ en radians à partir de ces équations. Ce $\Delta\beta$ est la quantité que nous allons mesurer à partir de deux photos ; c'est l'angle entre les deux images de Vénus projetées sur *un Soleil à l'infini* et vues, par exemple depuis A en superposant la photo prise en B. Pour s'en convaincre, il suffit de tracer une demi-droite passant par A et parallèle à BS (où une demi-droite passant par B et parallèle à AS). Dit autrement, cela revient à corriger l'angle mesuré β_p du fait que la direction de référence (le Soleil) n'est pas à l'infini et que, par conséquent, elle est sensible à un effet de parallaxe β_s . On trouve :

$$\Delta\beta = \beta_p - \beta_s = [AB / (d_T - d_p)] - (AB / d_T)$$

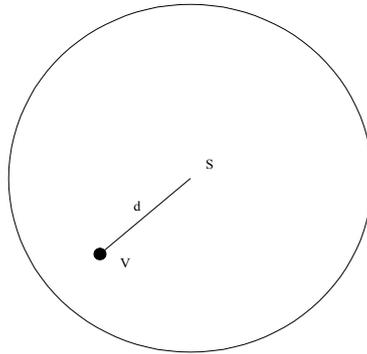
Nous avons une équation et deux inconnues d_T et d_p . On ne peut pas résoudre sans une deuxième équation. La troisième loi de Kepler nous permet heureusement de connaître le rapport d_p/d_T à partir des périodes orbitales. En posant $k = 1 - d_p/d_T$ dont la valeur vaut 0,275, (la période de révolution de Vénus est 0,615 ans) on trouve la distance Terre-Soleil :

$$d_T = [AB (1 - k)] / (k \Delta\beta)$$

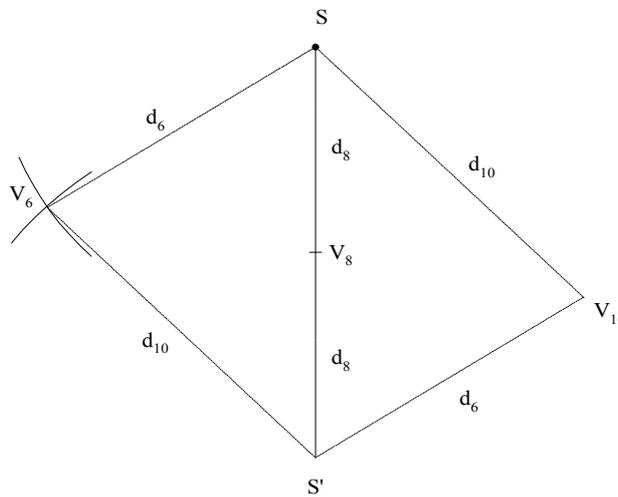
C'est cette expression que nous utiliserons plus loin pour obtenir le résultat de la distance Terre-Soleil.

3.2.2. Calcul de la distance AB entre les lignes de visée. Pour mesurer la distance Terre-Soleil, nous avons donc besoin de deux photos prises au même instant depuis deux villes aussi éloignées que possible. Nous devons déterminer précisément la distance AB entre les droites parallèles menées depuis ces deux villes en direction du Soleil. Une solution simple, utilisée par P. Causeret (CLEA), consiste à utiliser une mappemonde et à y matérialiser les lignes de visée pour mesurer leur séparation. Sinon, on peut le faire par calcul, mais c'est plus compliqué.

3.2.3. Superposition des photos. En l'absence de taches solaires, il est possible de superposer les photos à condition d'en avoir pris plusieurs à intervalles de temps réguliers. Sur chacune des photos, on aura le Soleil dont il est facile de déterminer le centre S (en traçant par exemple les médiatrices de deux cordes) et Vénus dont le centre sera noté V.



On mesure avec un maximum de précision et sur chaque photo la distance d entre S et V. La figure ci-dessous illustre la méthode qui permet de retrouver la trajectoire de Vénus. Cette trajectoire nous permettra d'orienter deux clichés pris depuis deux sites distants.



Les deux photos, une fois superposées, nous permettront de mesurer $\Delta\beta$ à la même heure.

3.2.4. Les résultats. L'application de la méthode en 2004 par le CLEA a conduit aux résultats donnés dans le tableau ci-dessous. Quand on fait la moyenne des dix déterminations on trouve

$$D_{TS} = 152 \pm 8 \text{ millions de kilomètres.}$$

Tableau : Les mesures et les résultats

SITE	long. °	lat. °	AB(8h30) km	d(7h00)	d(8h30)	d(10h00)	Δ "	D _{TS} Mkm
Calern	6.92	43.75	8094	0.8286*	0.6714	0.8638*	28.4	153
Chinon	0.25	47.17	8580	0.6802*	0.6831 [§]	0.6860*	37.8	122
Dijon	5.00	47.30	8386	0.8267*	0.6705	0.8728*	23.6	191
Draguignan	6.47	43.53	8101	0.7653 [£]	0.6714	0.7934	23.6	184
Ferney-Voltaire	6.12	46.25	8278	0.7649	0.6749	0.8006	26.5	168
Spitzberg	15.38	78.22	9923	0.7527	0.6771 [§]	0.8036	33.1	161
Lyon	4.78	45.70	8303	0.7709	0.6865	0.8014	37.8	118
Marseille	5.39	43.31	8137	0.7688	0.6687	0.7875	26.5	165
Rennes	-1.67	48.10	8710	-	-	-	-	-
St-Genis Laval	4.78	45.70	8303	0.7410	0.6826	0.7829	35.9	125
St-Louis	55.42	-21.27	-	0.7426	0.6496	0.7794	-	-
Tarentaise	4.49	45.37	8301	0.7638	0.6806	0.8056	33.1	135
MOYENNE FINALE								152±8

* heures d'encadrement différentes de 7h00 et 10h00

§ mesure interpolée

£ mesure extrapolée

Malheureusement une telle méthode n'est pas facilement applicable au passage de Mercure devant le Soleil, l'angle à mesurer étant plus faible que celui obtenu avec Vénus !

4. TERRE-SOLEIL PAR LA VITESSE ORBITALE DE LA TERRE

4.1 Par inversion de la méthode de Römer avec les éclipses de Io

Io passe régulièrement dans l'ombre de Jupiter. Cette éclipse n'est pas toujours observable. Parfois on ne voit que le début de l'éclipse, parfois on ne voit que la fin, selon la position de la Terre par rapport à la direction de l'ombre. Peu importe, la durée réelle entre deux débuts ou deux fins d'éclipse est la même, du moins si nous supposons que Io tourne régulièrement autour de Jupiter. Cette durée est la période orbitale de Io. Nous la désignerons par P_0 .

Si un événement (début ou fin d'éclipse) se produit à l'instant t_1 , je l'observerai sur Terre à un instant $t_1 + L_1/c$, où L_1 est la distance qui sépare Jupiter de la Terre. L'événement suivant se fera à un instant t_2 et sera observé à $t_2 + L_2/c$. Si la distance Terre Jupiter n'a pas variée, $L_1 = L_2$. Mais ce n'est pas le cas, car La Terre se déplace et Jupiter aussi, dans leur révolution autour du Soleil.

La période vraie de la révolution orbitale de Io est $P_0 = t_2 - t_1$. En négligeant pour l'instant tout autre phénomène parasite, la période observée est $P = t_2 - t_1 + (L_2 - L_1)/c = P_0 + (L_2 - L_1)/c$. Montrons que si nous pouvons mesurer, à deux époques de l'année, les périodes observées (P' et P''), il est possible de déterminer c , si les deux époques d'observation correspondent à celles pour lesquelles la Terre a un déplacement en direction ou à l'opposé de la direction de Jupiter.

Montrons que cette relation s'écrit, comme un effet Doppler-Fizeau : $v/c = (P' - P'')/2P_0$, où v est la vitesse orbitale de la Terre. Les variables P' et L' se rapportent à l'époque où la Terre se dirige vers Jupiter et les variables P'' et L'' à celle où la Terre s'éloigne de Jupiter.

$$P' = P_0 + (L' - L_1)/c$$
$$P'' = P_0 + (L'' - L''_1)/c$$

Si v est la vitesse orbitale de la Terre autour du Soleil, $L' - L_1 = v \cdot (t_2 - t_1) = v \cdot P_0$ et $L'' - L''_1 = -v \cdot P_0$. Le signe moins de la deuxième équation provient de ce que la Terre se rapproche de Jupiter ($L'' < L''_1$). La période observée est plus longue que P_0 quand la Terre s'éloigne de Jupiter et plus courte quand elle s'en approche.

On tire donc : $P' - P'' = (L' - L_1)/c - (L'' - L''_1)/c = 2vP_0/c$.

C'est-à-dire : $v/c = (P' - P'')/2P_0$ (1).

On reconnaît une relation Doppler-Fizeau, pour une vitesse relative $2v$. Le facteur 2 provient de ce que la vitesse orbitale de la Terre v est comptée une fois dans un sens et une fois dans l'autre sens. A l'époque de Römer, la relation Doppler-Fizeau n'était pas connue.

Nous avons pris, au hasard, les observations de l'année 1979, du moins telles qu'elles étaient prédites par le Bureau des Longitudes. Mais auparavant, nous devons trouver les époques où la Terre se déplace dans la direction de Jupiter ou dans celle opposée.

Nous allons construire les positions relatives Terre Jupiter, à partir des positions héliocentriques de la Terre et de Jupiter (tableau 1 ci-dessous). Quelles seraient les deux dates t' et t'' (approximatives) les plus propices à une mesure précises ?

On trouve sur le graphique que l'époque où la Terre s'éloigne de Jupiter est autour de la fin mars 1979. L'époque où la Terre se dirige vers Jupiter est autour du 1^{er} décembre 1979. Nous relevons, à partir des éphémérides, les commencements ou les fins d'éclipses autour de ces deux époques.

Eclipses fins (notées E.f.) sur les éphémérides.

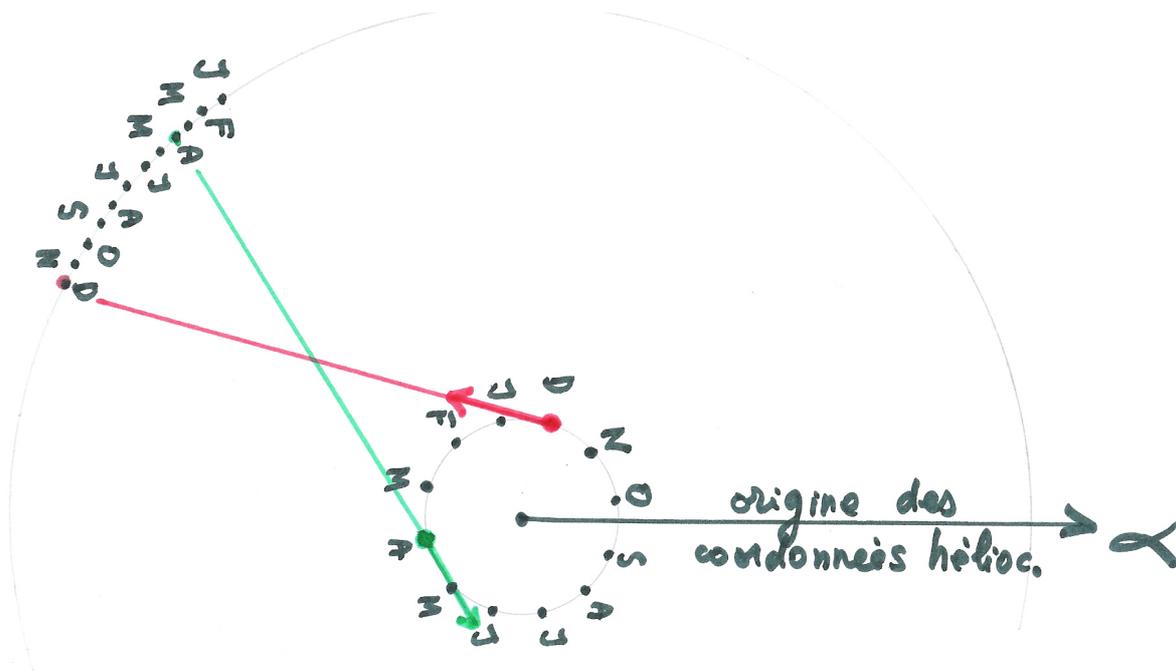
12 mars 21h 38,0min

14 mars 16h 06,9min

16 mars 10h 35,7min

On déduit la période en prenant la moyenne des deux déterminations

$(1,77007 + 1,77000)/2 = 1,77003$ jour



Eclipses commencements (notées E.c.) sur les éphémérides.

1 décembre 12h 13,6min

3 décembre 06h 41,9min

5 décembre 01h 10,1min

On déduit la période en prenant la moyenne des deux déterminations

$(1,76965+1,76958)/2=1,76962$ jour

On constate bien que la période observée est plus longue quand la Terre s'éloigne de Jupiter (en avril 1979) et, réciproquement, plus courte quand la Terre s'approche de Jupiter (en décembre 1979). Nous adopterons pour période orbitale de Io la moyenne de ces deux déterminations, d'où $P_0 = 1,76983$.

A partir de notre relation (1) nous trouvons la vitesse orbitale de la Terre autour du Soleil :

$$v=c.(P'-P'')/2P_0$$

Un terme correctif peut être appliqué. En effet, la direction de l'ombre de Jupiter varie, car Jupiter se déplace. La variation de la longitude héliocentrique de Jupiter, pendant la durée d'une période est de 0.0039 en mars et de 0.0038 en décembre. Les débuts ou fins d'éclipse sont allongés entre les instants 1 et 2, de sorte les périodes t_1-t_2 sont raccourcies des mêmes valeurs. La correction n'est pas négligeable.

Quand, en 1849, Fizeau a mesuré sur Terre la vitesse de la lumière comme étant 315 300 km/s, il a été possible de déduire la vitesse orbitale de la Terre des observations précédentes :

$$v = 315\,300 \times (1,77003 - 1,76962) / 2 \times 1,76983 = 36,5 \text{ km/s}$$

et ainsi de trouver une distance Terre-Soleil approximative de 183 millions de kilomètres, mais de le faire *indépendamment des lois de Kepler*.

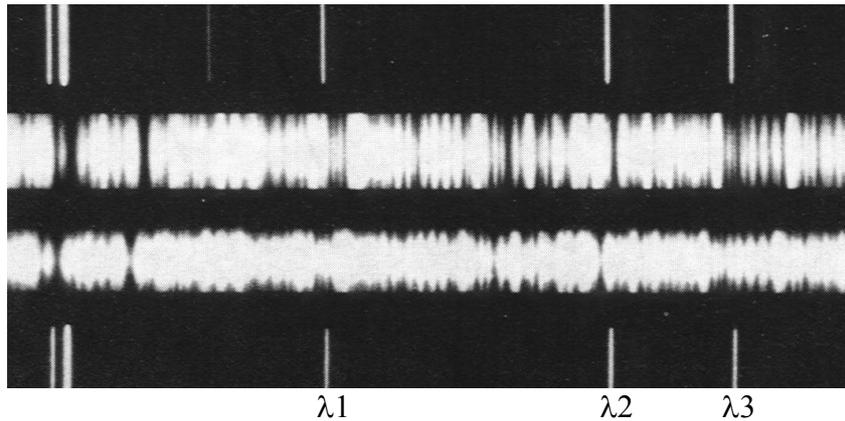
Nous allons employer une méthode plus précise.

4.2. Distance Terre Soleil par le spectre d'Arcturus

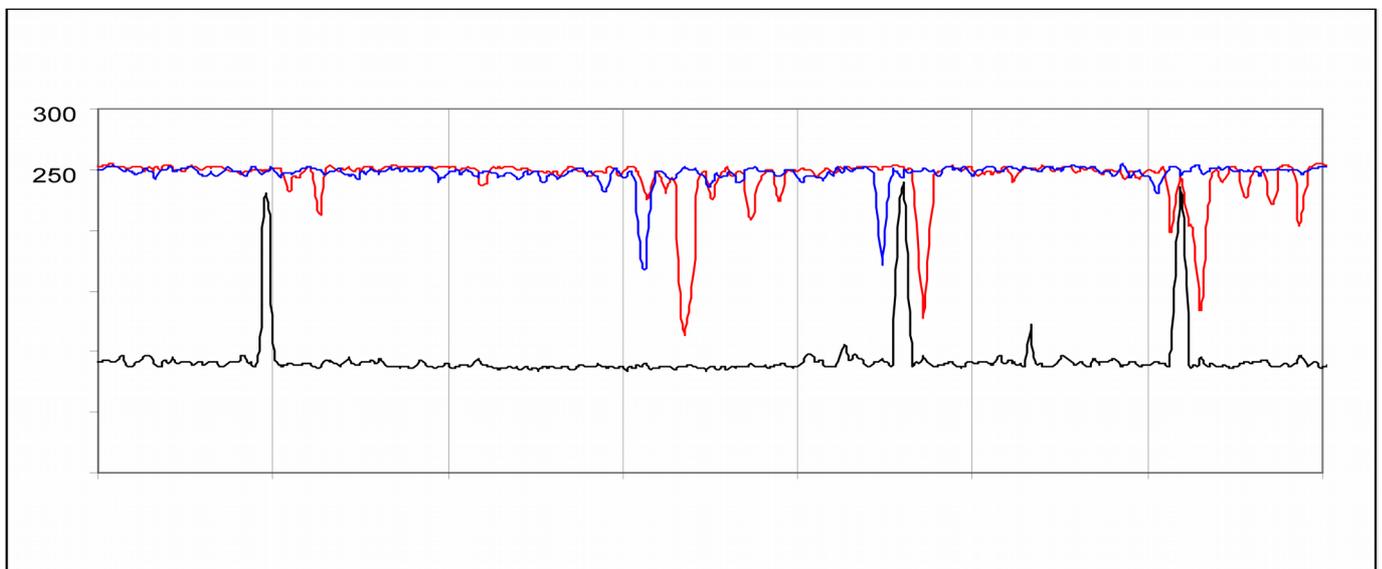
Méthode inspirée de la méthode décrite par D. Hoff, Sky and Telescope (1972)

4.2.1. Les données. On possède deux spectres d'Arcturus pris à six mois d'intervalle l'un de l'autre. Le premier (représenté en bleu) est pris quand la Terre se déplace dans la direction de la longitude écliptique d'Arcturus. Le second spectre (en rouge) est pris, six mois plus tard, quand la Terre se déplace à l'opposé de la première direction. Arcturus a une latitude écliptique $L_{\text{Arcturus}}=30,8^\circ$.

Les deux spectres sont représentés avec le spectre de calibration (en noir) qui donne, de gauche à droite, trois fortes raies d'émission de longueurs d'onde : $\lambda_1=428,241\text{ nm}$ $\lambda_2=429,413\text{ nm}$ $\lambda_3=429,924\text{ nm}$.



Spectre photographique: Tout en haut et tout en bas, les spectres d'étalonnage avec des raies d'émission. Entre ces spectres, se trouvent les spectres d'Arcturus pris à 6 mois d'intervalle.



Spectre digitalisé du spectre photographique (fichier tableur est donné)

4.2.2. Comment utiliser ces spectres. Montrez tout d'abord que si nous pouvions connaître la vitesse orbitale de la Terre, il serait possible d'en déduire la distance Terre-Soleil.

Justement, les spectres vont nous permettre de mesurer cette vitesse. Il faut d'abord comprendre quelles sont les positions de la Terre, du Soleil et d'Arcturus, quand les spectres ont été pris. On peut représenter le plan de l'écliptique, la Terre tournant autour du Soleil dans ce plan, et la direction Arcturus-Soleil, faisant un angle de $30,8^\circ$ avec le plan de l'écliptique. Dessiner les deux positions de la Terre, quand les clichés ont été pris.

Expliquez pourquoi le spectre rouge est décalé vers les grandes longueurs d'onde et le spectre bleu vers les courtes longueurs d'onde. Montrer que, du décalage entre les deux spectres, on peut déduire le double de la vitesse orbitale de la Terre. Ne pas oublier de prendre en compte le fait que la Terre ne se dirige pas exactement vers Arcturus puisque l'étoile n'est pas dans le plan de l'écliptique.

Avec le spectre d'étalonnage, calculer l'échelle des spectres, en nanomètre par millimètre. Calculer le décalage entre les deux spectres d'Arcturus, pour au moins une raie d'absorption bien visible. En déduire la vitesse orbitale de la Terre et la distance Terre Soleil.

Pour simplifier le problème, il est possible de faire le calcul avec la raie située entre les pixels 800 et 900, car c'est une des raies d'étalonnage.

4.2.3. La bonne réponse. Il faut utiliser la relation Doppler-Fizeau. En utilisant les deux raies extrêmes de calibration on trouve que l'échelle est de $0,01483 \text{ nm/mm}$. Le décalage est de 5 nm (c'est-à-dire $0,074 \text{ nm}$) à la longueur d'onde $429,413 \text{ nm}$ (on prend le décalage de la raie entre 800 et 900 pixels). On écrit que le décalage $c\Delta\lambda/\lambda_0 = 2V \cos(L_{\text{Arcturus}})$. Où $\lambda_0=429,413 \text{ nm}$. c est la vitesse de la lumière. On trouve pour la vitesse orbitale de la Terre $V=30 \text{ km/s}$. La Terre met $365,25$ jours pour faire un tour complet autour du Soleil. En supposant la vitesse constante, la longueur de l'orbite est de $30 \times 365,25 \times 24 \times 3600=947$ millions de kilomètres. On en tire la distance Terre Soleil : $TS = 150\,000\,000 \text{ km}$.

5. MESURE RELATIVE A FAIRE EN CLUB OU EN CLASSE

La mesure du diamètre apparent du Soleil conduit à une estimation relative de sa distance selon la relation simple : (Distance relative)= $K/(\text{diamètre apparent})$, où K est une constante inconnue (c'est pour cela que la distance ne sera que relative). Plus le diamètre apparent est petit, plus la distance est grande. La question de la mesure de la distance relative, se ramène à la question, "comment mesurer le diamètre apparent du Soleil ?". Nous le découvrirons à partir d'un extrait d'un article de **Roger Marical** publié dans la revue du CLEA, *les Cahiers-Clairaut* n°103 et 104.

5.1. La mise en oeuvre

5.1.1. Le problème à résoudre. Si on pose la question du pourquoi des saisons, la réponse spontanée qui relève presque de l'évidence, fait souvent appel à une question de distance. En classe de quatrième nos élèves hésitent entre ' Terre plus ou moins penchée ou Terre plus ou moins éloignée' alors que les saisons ont été étudiées à l'école élémentaire... Cette réponse est induite par les schémas classiques où l'orbite de la Terre se trouve déformée dans une vue en perspective. Les variations de distance, Soleil Terre, apparaissent exagérées. Pour celui qui oublie la bonne explication, il est tentant de reconstruire une justification a priori cohérente. Dans la mesure où le doute existe, on peut rechercher, l'époque de l'année où le Soleil serait plus gros, parce que plus proche ce qui validerait l'été. Pour ce faire il faut mesurer l'angle sous lequel la lumière venant des bords diamétralement opposés du Soleil parvient dans notre œil. On définit alors le diamètre apparent d'un objet, notion qui ne figure plus au programme du Collège.

5.1.2. Comment mesurer cet angle avec précision ? La mesure directe se révèle insuffisante: Il est intéressant de rappeler l'existence du bâton de Jacob, utile pour estimer de grands écarts angulaires : queues de belles comètes ou étendue d'une constellation. Ici on se situe autour du demi degré... Même la chambre noire que l'on peut ressortir des collections ne peut convenir. Elle garde cependant son utilité lors des phases partielles d'éclipses de soleil, pour celui qui ne dispose pas de lunettes filtrantes spéciales. Avec un 'sténopé' de un mètre de longueur, la reproduction du Soleil ne dépasse pas neuf millimètres. Ce dispositif peu lumineux, manque de netteté sur les bords car on n'a pas une image avec conjugaison au sens de l'optique géométrique. Nous devons utiliser une lunette astronomique qui offre ici les meilleures ressources.

5.1.3. La méthode choisie. On opère par projection sur un écran perpendiculaire à l'axe optique de l'instrument qui reste fixe sur un support stable. Le déplacement 'rapide' de l'image projetée surprend toujours quiconque l'observe pour la première fois. On 'voit' la Terre tourner... Elle accomplit, avec une grande régularité, un tour sur elle-même en un peu moins de 24 heures, soit une rotation d'environ 15 degrés par heure. En une minute de temps elle tourne de un quart de degré... Ainsi en chronométrant avec soin, la durée du défilement de l'image solaire sur l'écran on peut remonter à un angle puisque l'on compose une vitesse angulaire bien définie avec une durée.

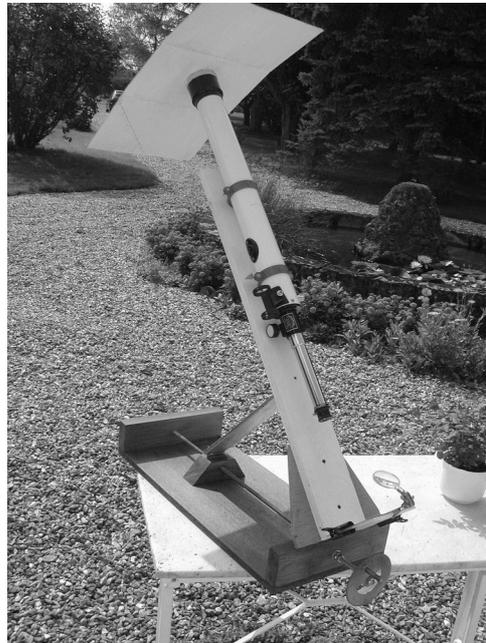
5.1.4. La formule approchée. Elle fait intervenir le cosinus de la déclinaison de l'astre qui se définit comme l'équivalent de la latitude terrestre mais transposée au repérage en astronomie. Les élèves de collège découvrent les lignes trigonométriques à partir de la classe de quatrième. L'angle apparent α (en minute d'angle) se déduit de la durée t (en seconde de temps) et de la déclinaison avec la relation :

$$\alpha = (t/4) \cos \delta$$

Cette relation fonctionne à 3 /1000 par défaut.

5.1.5. La mise en oeuvre. La qualité du résultat final va dépendre de celle du chronométrage. Pour cela il faut optimiser toutes les étapes de l'acquisition.

- l'image projetée ne doit pas être trop petite ni trop grande : 6 à 8 cm de diamètre est le bon compromis, avec les petits instruments.
- La lunette d'initiation type 60/800 doit être installée sur un support azimuthal très stable à réglage micrométrique en hauteur. (photo 1). Les montures du commerce vibrent trop facilement au moindre souffle de vent.



1- La lunette de mesure et sa monture.

- La médiane 'verticale' de l'écran sera tracée avec un trait de cutter sur un carton fixé sur l'écran support. Cette entaille étroite est trois fois moins large que le trait de crayon le plus fin. (photo 2).



2 - Projection du Soleil avec le trait médian.

- Une loupe de visée de focale 10 cm, servant en soudage électronique, oblige l'œil à fixer la médiane repère. De plus on profite de son grossissement pour apprécier l'instant précis où le soleil tangente la trace fine du cutter.
- On travaille autour du midi vrai local, le Soleil culmine, il traverse de part en part l'écran sans avoir besoin de l'orienter. On pratique 3 à 5 mesures, si la météo le permet, pour calculer la durée moyenne de défilement.

5.1.6. Précautions d'usage avec le Soleil. Le Soleil est un astre dangereux pour l'œil et le matériel. Il faut toujours accompagner les élèves pour prévenir toute maladresse lors de l'orientation de la lunette. Elle se fait dos au Soleil grâce au jeu d'ombre d'une vis du collier supérieur sur un mini écran associé au collier inférieur. (photo 3)



3 - Visée du Soleil avec l'ombre d'une vis.

L'oculaire à choisir doit avoir un verre de champ de diamètre suffisant pour recevoir l'image au foyer. De plus il faut le choisir en laiton et non en matière plastique qui fond dès qu'il y a décentrage. Depuis plus de 20 ans je travaille avec deux oculaires d'initiation de type Huygens de 12 ou 20 mm de distance focale. Par sécurité on peut travailler en ouverture réduite lors des premiers réglages pour s'assurer que tout fonctionne bien.

dates	Durée moyenne t en s	Déclinaison δ à midi	Angle apparent α calcul
21 sept. 01	127,7	00	31' 55''
05 octobre	128,2	- 4°52'	31' 56''
11 octobre	129,6	- 7°	32' 09''
02 novembre	133,7	- 14°51'	32' 18''
21 novembre	138,3	- 21°	32' 16''
07 décembre	141,15	- 22°38'	32' 34''
17 décembre	141,6	- 23°22'	32' 29''
30 décembre	141,6	- 23°08'	32' 33''
28 janvier 02	136,7	- 18°10'	32' 28''
15 février	132,8	- 12°38'	32' 23''
27 février	130,3	- 8°22'	32' 13''
24 mars	128,4	- 1° 27'	32' 05''
14 avril	128,9	+ 9°22'	31' 47''
03 mai	132,2	+15°43'	31' 48''
08 mai	132,25	+17°07'	31' 35''
02 juin	136,4	+22°12'	31' 34''
16 juin	137,5	+23°21'	31' 33''
27 juin	136,0	+23°19'	31' 22''
14 juillet	135,4	+21°40'	31' 27''
27 juillet	134,5	+19°11'	31' 45''
28 juillet	133,5	+18°57'	31' 33''
13 août	130,4	+14°37'	31' 32''

5.2. Résultats et exploitation graphique

Il est instructif de conduire deux représentations graphiques. L'une concernant t en fonction de la date et l'autre étant le but de notre étude, à savoir t au cours des mois.

Sur le deuxième graphique il est utile de définir les barres d'erreur ou intervalle de confiance sur le diamètre apparent. Malgré toute l'attention accordée, il arrive souvent qu'avec des mesures de temps faites en groupe d'élèves la dispersion totale des résultats dépasse la seconde. Aussi par sécurité en prenant $\pm 0,7$ seconde comme incertitude absolue, l'incertitude relative moyenne annuelle étant de $5/1000$, on peut raisonnablement tabler sur $\pm 10''$ d'arc comme barre d'erreur. Cela lisse la courbe annuelle à tracer. Il arrive parfois qu'une mesure aberrante survienne par manque de concentration ou difficulté pratique. C'est le cas de la mesure de fin juillet faite hors temps scolaire par l'auteur de ce propos.

5.2.1. Interprétation des courbes. La courbe représentant la durée t au cours de l'année fait apparaître une variation semi annuelle avec un maximum absolu en fin décembre. L'autre maximum moins accusé se situe sur la fin de juin. Les minima pointent les périodes autour des équinoxes. Ce premier graphique dégage les saisons, mais il ne répond pas à notre question concernant le diamètre apparent de notre étoile.

La seconde courbe, malgré quelques points dispersés, montre la variation annuelle de l'angle sous lequel le Soleil nous éclaire. C'est au début de l'été que le soleil apparaît le plus petit : il est donc un peu plus lointain qu'en hiver.

En été la durée d'ensoleillement est plus grande, car le soleil monte plus haut et de plus son rayonnement est plus efficace. Tout cela est la conséquence de l'inclinaison de l'axe terrestre comme on le dit rapidement...

La comparaison de 'pic' à 'creux' montre un écart maximum, de près de dix pour cent pour les variations de la durée, alors que pour le diamètre apparent cela est trois fois moindre sur le cours de l'année.

L'examen du deuxième graphe montre que le diamètre apparent du Soleil varie peu au cours de l'année. La Terre se meut pratiquement sur un cercle avec le Soleil en son centre. C'est l'occasion de tracer un planétaire de Copernic.

C'est l'inclinaison de l'axe de la Terre par rapport à la normale au plan de l'écliptique qui entraîne le phénomène des saisons.

5.2.2. Conclusions. Avec de petits moyens, judicieusement mis en œuvre, il est possible de répondre à une question, pas facile à résoudre, à condition d'optimiser toutes les étapes d'une chaîne de mesure. Il est bon de privilégier les protocoles les plus accessibles au niveau des élèves pour qu'ils y trouvent alors du sens. Manipuler correctement des chronomètres manuels est déjà une découverte pour les jeunes collégiens...

Si la motivation est moyenne, on peut se limiter aux deux périodes correspondant à celle du périégée puis à celle conduisant à l'apogée en toute fin d'année scolaire.

Avec des lycéens, disposant d'un filtre solaire visuel pleine ouverture et d'un oculaire réticulé à cercles concentriques, une étude semblable pourrait être entreprise selon le protocole évoqué en début d'article. La multiplication des mesures en vue de réduire l'écart type apporterait un autre enjeu.

Cependant, quels que soient l'approche et son développement, on découvrira que réaliser une mesure absolue reste une entreprise délicate et qu'il faut montrer de la persévérance. On touche ici, une des difficultés auxquelles les chercheurs sont confrontés au quotidien.

Relever un challenge de ce type, doit être pour nos jeunes le moyen de grandir, avec la satisfaction d'avoir mené à son terme une démarche à caractère expérimental.

5.2.3. Diamètre apparent du Soleil. Dans le cahier CC103 nous vous avons présenté la méthode simple et précise proposée par R. Marical pour mesurer le diamètre apparent du Soleil. Nous vous donnons sous forme graphique les résultats qu'il a obtenus avec les élèves de son Club d'astronomie de Fleury-sur-Andelle en mesurant le temps de défilement de l'image du Soleil (Figure 1).

Sous cette forme on perçoit mieux la précision des mesures (Figure 2). C'est un résultat remarquable si on sait combien faible est la variation de diamètre apparent du Soleil au cours d'une année (1,5%). Rappelons que cette variation résulte principalement de la variation de la distance Terre-Soleil. On voit très bien que nous sommes plus près du Soleil en hiver. Il n'est pas inutile de rappeler ce fait (voir Courrier des lecteurs).

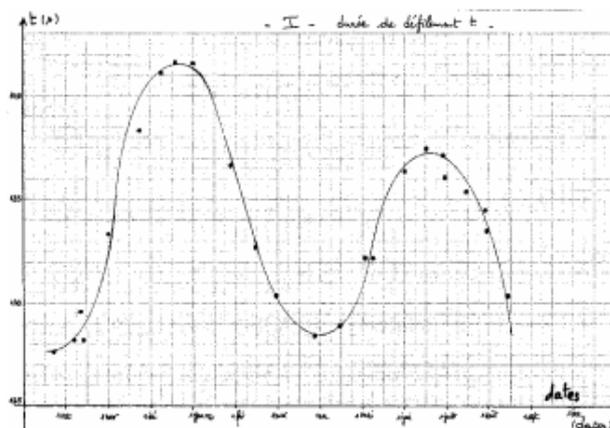


Figure 1: Variation du temps de défilement de l'image du Soleil.

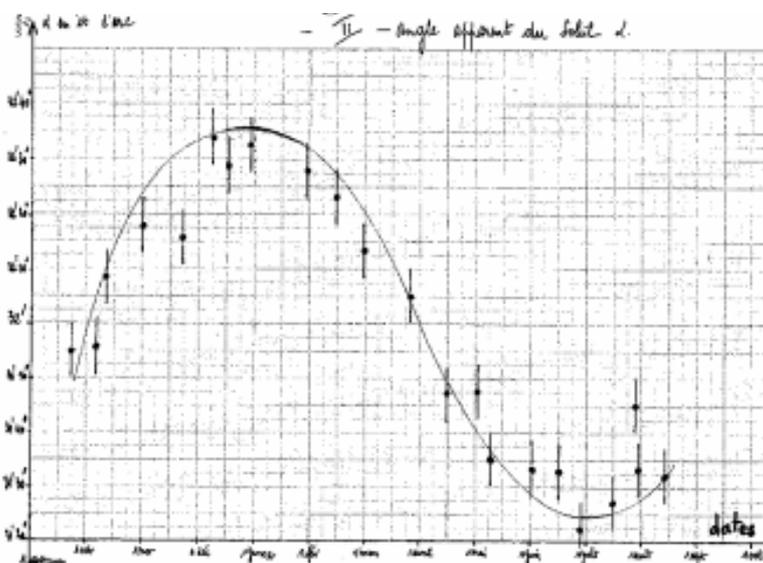


Figure 2: Mesure de la variation du diamètre apparent du Soleil au cours de l'année.

5.2.4. Relation entre temps de défilement et diamètre apparent. Pour obtenir le résultat remarquable ci-dessus, R. Marical a utilisé une relation entre le temps de défilement d'un point du ciel et l'arc parcouru, en l'occurrence entre temps de défilement du Soleil et diamètre apparent du Soleil. R. Marical nous donne une démonstration de cette relation (cf. Figure 3).

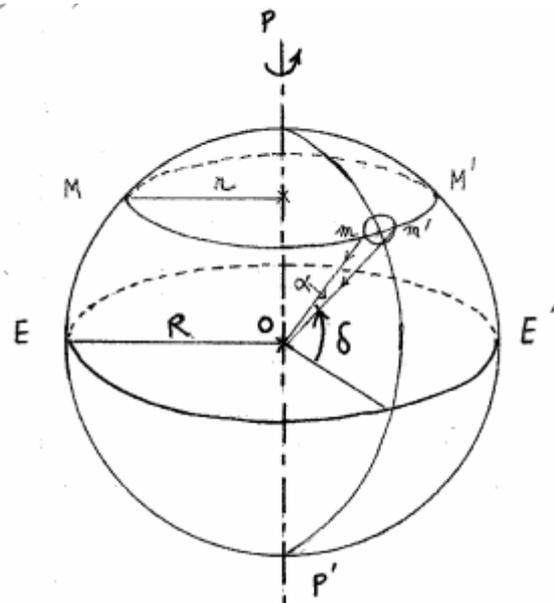


Figure 3: Illustration permettant de comprendre la relation entre temps de défilement et distance angulaire parcourue.

L'observateur O occupe une position géocentrique. PP' étant l'axe du monde. Le petit cercle de diamètre mm' représente l'objet visé, situé à la distance R de l'observateur. δ mesure la déclinaison de l'objet vu sous un angle α (en radian). EE' étant l'équateur céleste.

Sur le parallèle MM', le petit arc $mm' = R \times \alpha$ défile en t secondes. Pour le parallèle MM' de périmètre $2\pi r = 2\pi R \cos\delta$, un tour demande 86400 secondes environ (relation valable à 3/1000 par défaut pour le Soleil, car, à cause du déplacement de la Terre autour du Soleil, un tour demande plus exactement 86164 secondes).

La proportionnalité permet d'écrire:

$$\alpha = 2\pi \cos\delta (t/86400),$$

α étant en radians et t en seconde de temps. Pour exprimer α en minute d'arc (minute de degré) il suffit d'exprimer l'angle 2π radians en minute d'arc.

$2\pi = 360 \times 60 = 21600$ minutes d'arc, d'où la relation finale:

$$\alpha = (t/4) \cos\delta,$$

α est en minute d'arc et t en seconde de temps.