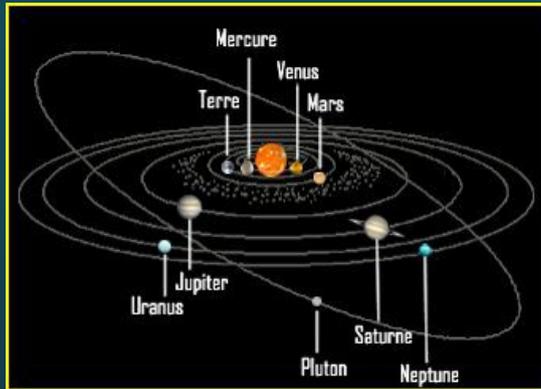


Une brève histoire de la mesure des distances dans le système solaire



Stage DAFOP Observatoire de Lyon
Distances dans l'univers

L'antiquité et les distances dans le système Soleil-Terre- Lune

Distances dans l'univers

33

Distances dans l'univers (ST)

Observations, raisonnements mathématiques basés sur une vision géocentrique permettent un arpentage de notre univers proche

Quelques acteurs...

Aristote
384-322 av. J.-C.



Raphaël, L'école d'Athènes

Eratosthène
284-195 av. J.-C.



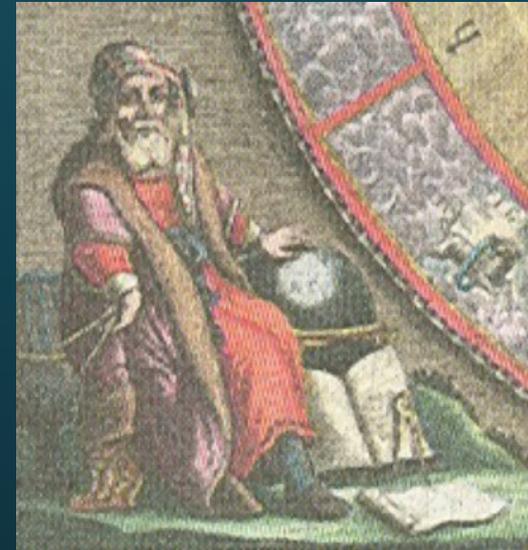
Strozzi (1634), Eratosthène enseignant à Alexandrie

l'atlas celeste d'Andreas Cellarius.

Hipparque
190-120 av. J.-C.



Aristarque
310-230 av. J.-C.

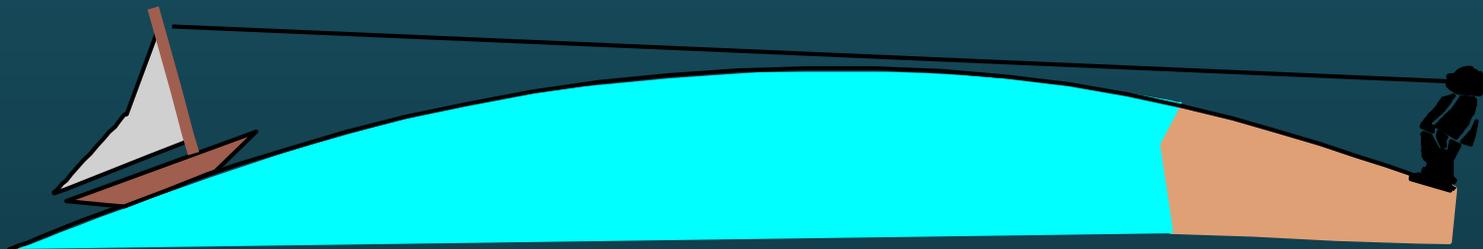


Distances dans l'univers (ST)

Parménide d'Elée (ca .590 av JC /ca450 av JC)



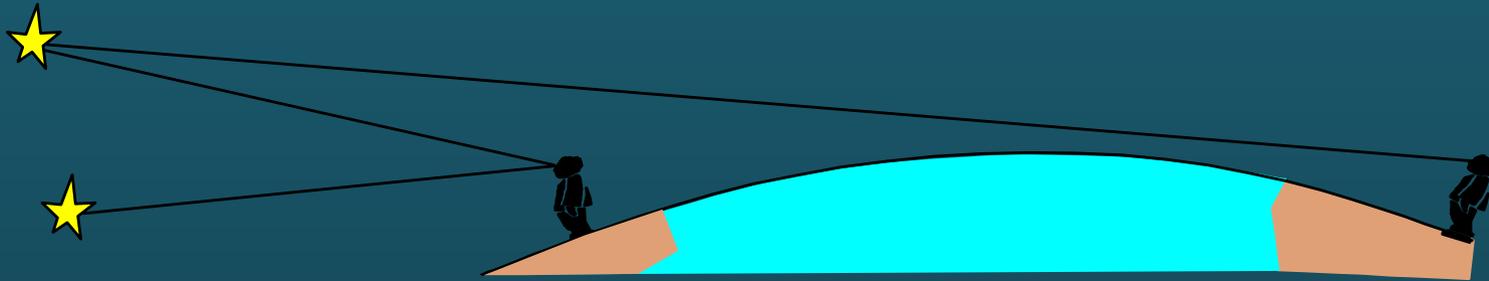
→ enseigne la sphéricité de la Terre



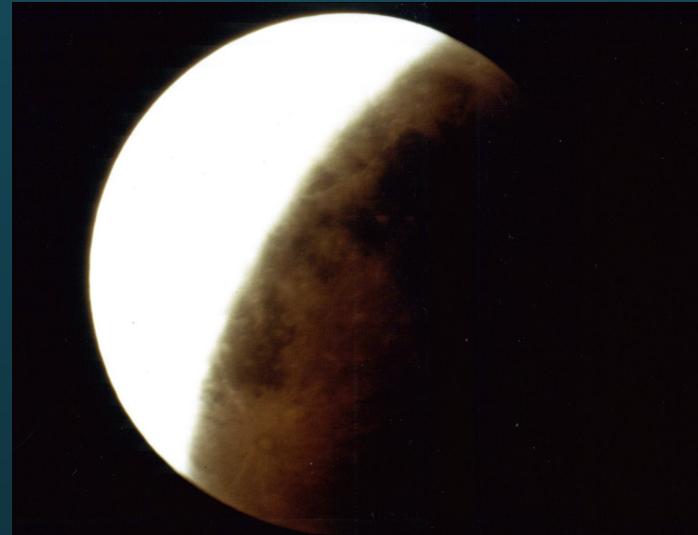
Distances dans l'univers (ST)

Aristote

→ l'aspect du ciel change quand on se déplace du Nord au Sud

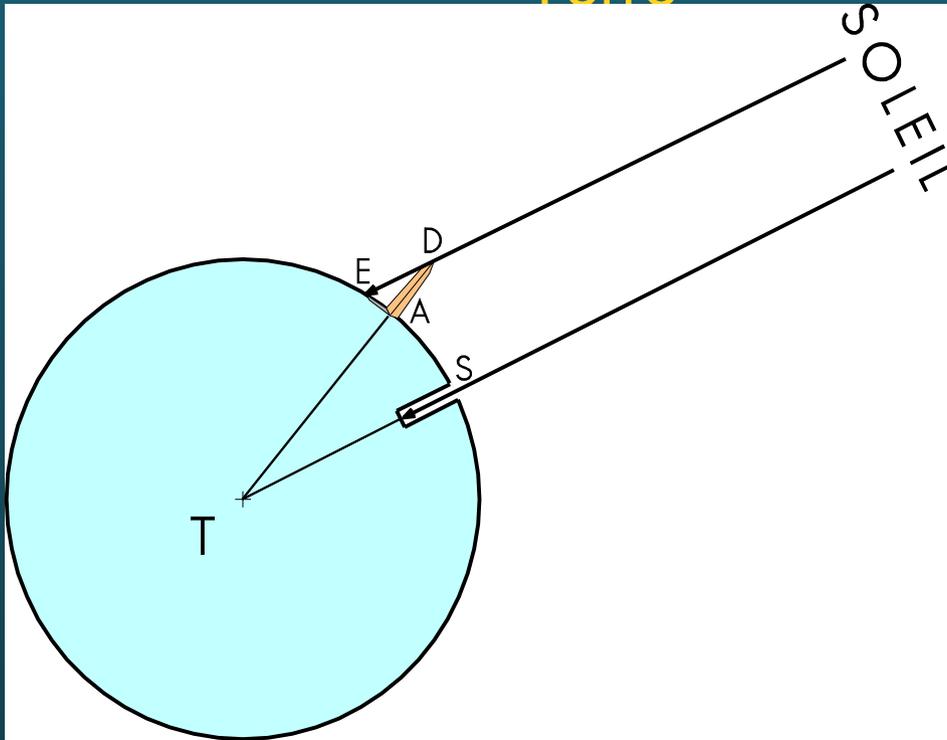


→ la forme de l'ombre portée de la Terre lors des éclipses de Lune est circulaire



Distances dans l'univers (ST)

Eratosthène : → effectue la mesure du rayon de la Terre



Distance Alexandrie-Assouan
AS : 5000 stades

Angle ADE=1/50 tour

AS= 1/50 de la circonférence terrestre

Circonférence de la Terre :
250000 stades km

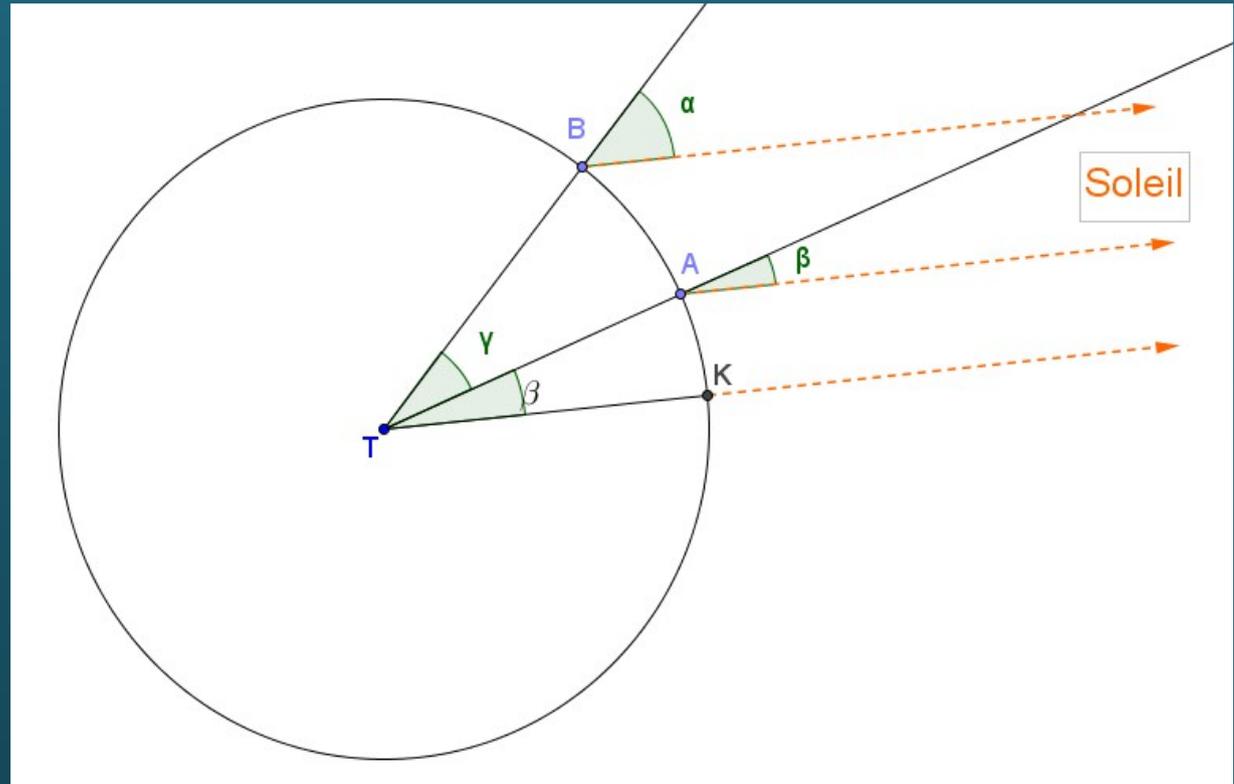
1 stade égyptien=157 m

Circonférence de la Terre~40 000 km

Distances dans l'univers (ST)

Eratosthène :

→ avec nos élèves



A et B sont deux villes situées sur un même méridien.

On connaît la distance AB.

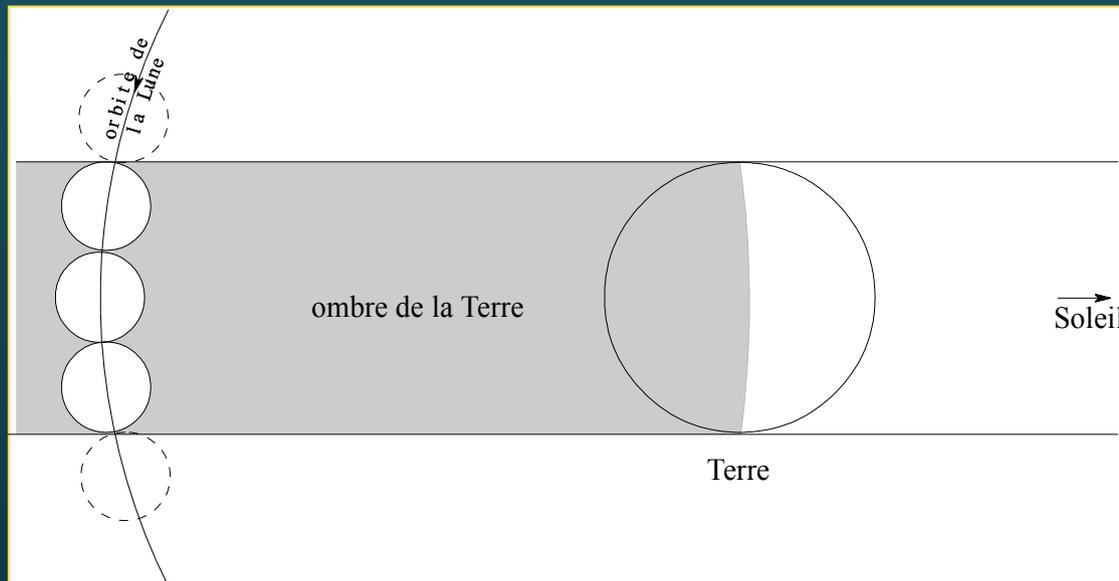
On mesure l'angle entre le zénith et le Soleil, au moment où le Soleil culmine un jour quelconque de l'année.

Le calcul est identique au précédent, mais l'angle au centre est obtenu par la différence des deux mesures.

Aristarque en observant les éclipses de Lune

Détermination du diamètre de la Lune

On fait l'hypothèse que
le « cône » d'ombre de la Terre est un cylindre



$$D_{\text{terre}} = 3 D_{\text{Lune}}$$

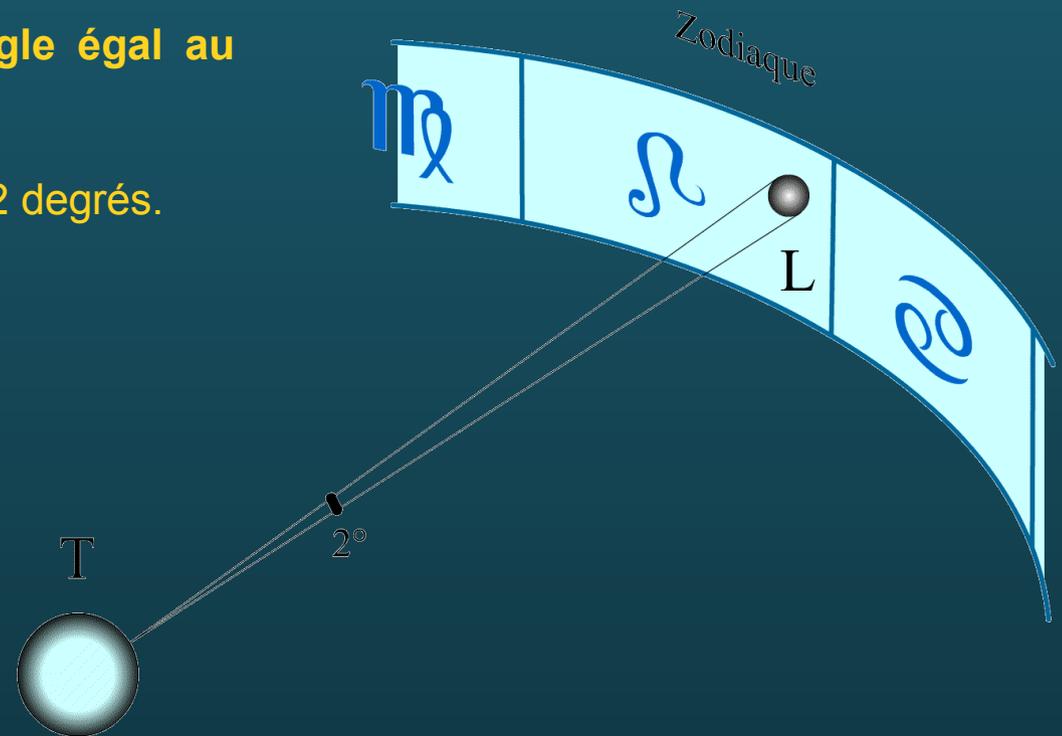
Distances dans l'univers (ST)

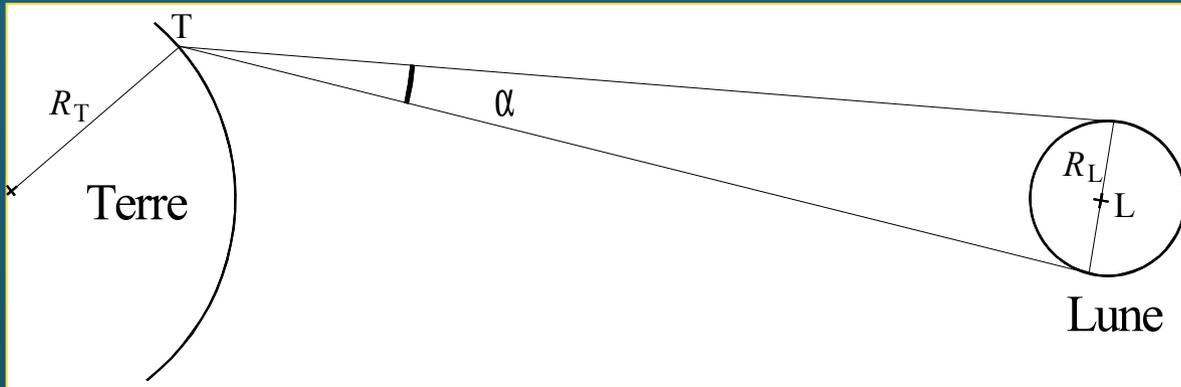
DISTANCE TERRE - LUNE

Observation d'Aristarque :

“ La Lune occupe dans le ciel un angle égal au
quinzième d'un signe du zodiaque ”

ce qui amène à un diamètre angulaire de 2 degrés.





$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R_L}{TL}$$

Aristarque a mesuré un diamètre apparent de la Lune de 2°

Et avec les petits angles :

$$\alpha \text{ en radian} = 2 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{90}$$

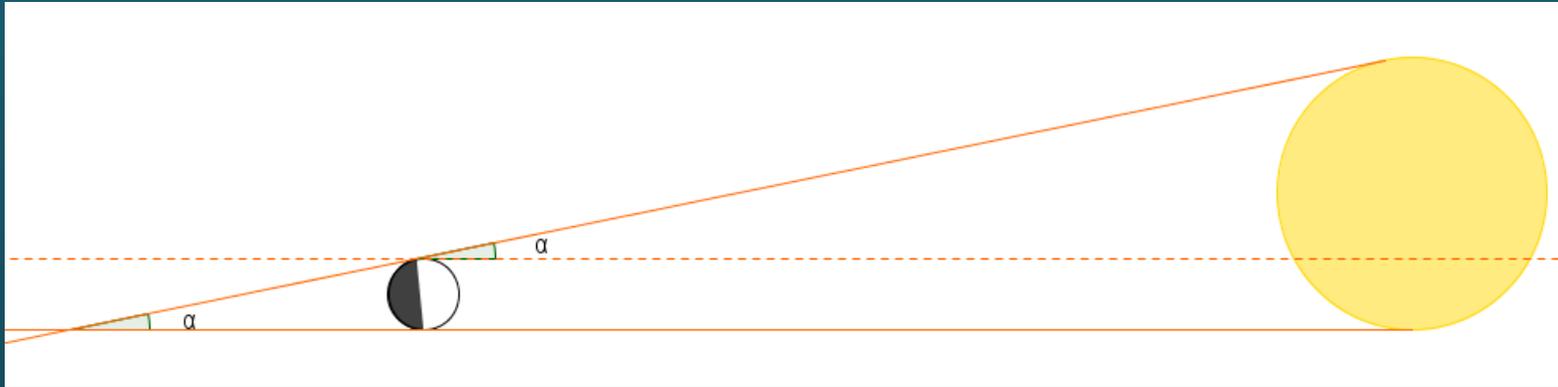
$$\frac{\alpha}{2} = \frac{R_L}{TL} \iff TL = \frac{2R_L}{\alpha} = \frac{2R_T}{3\alpha}$$

On en déduit la distance Terre-Lune : $TL \approx 19 R_T$

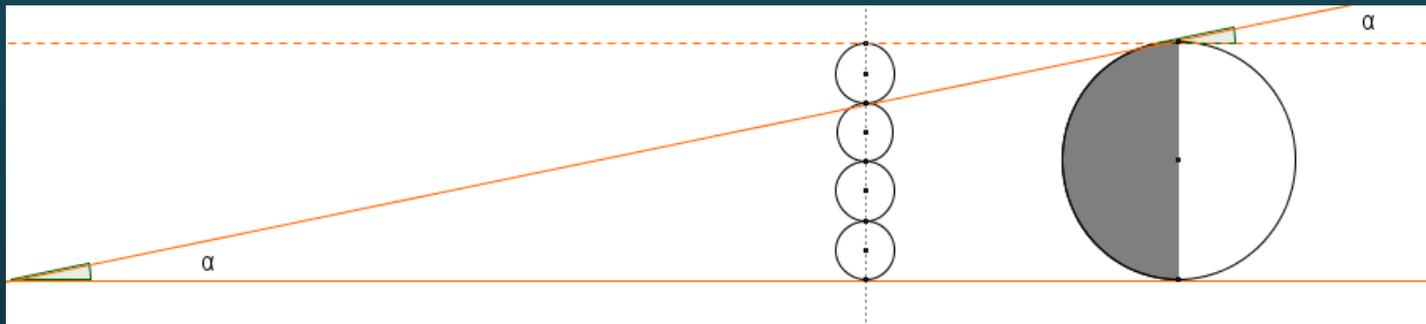
Avec une valeur de diamètre apparent de $0,5^\circ$: $TL \approx 76 R_T$

Quelques améliorations...

On a considéré que l'ombre de la Terre est un cylindre alors que c'est un cône.



Comme la Terre est petite devant le soleil, on peut considérer que le diamètre apparent du Soleil est l'angle du cône d'ombre de la Terre
Le Soleil et la Lune ont le même diamètre apparent

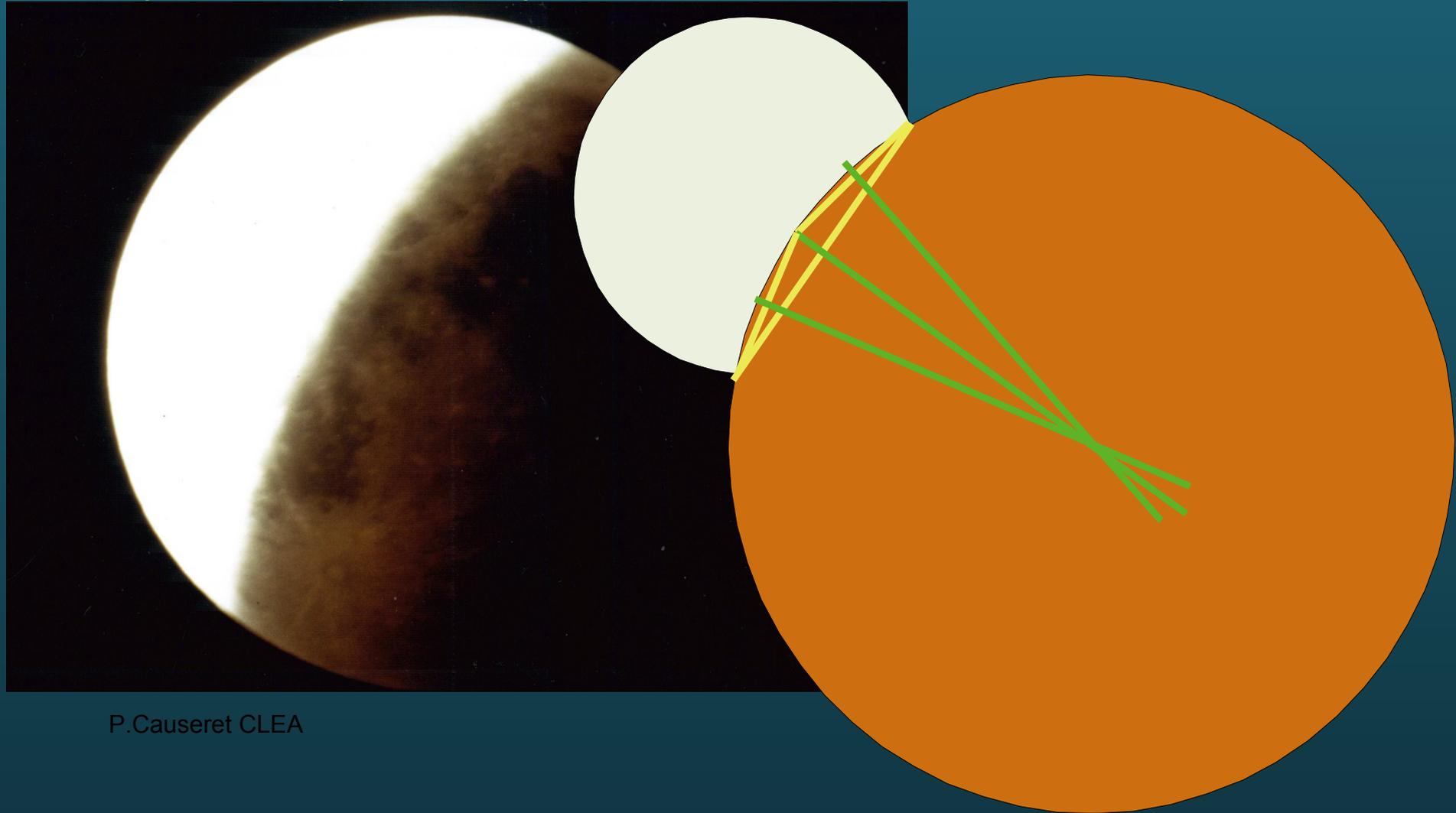


Refaire le calcul précédent....On trouve $TL \approx 29R_T$ (avec $\alpha = 2^\circ$)

Distances dans l'univers (ST)

Avec nos élèves

A partir d'une photo d'éclipse de Lune



P.Causeret CLEA

On détermine le rapport diamètre de l'ombre sur diamètre de la Lune

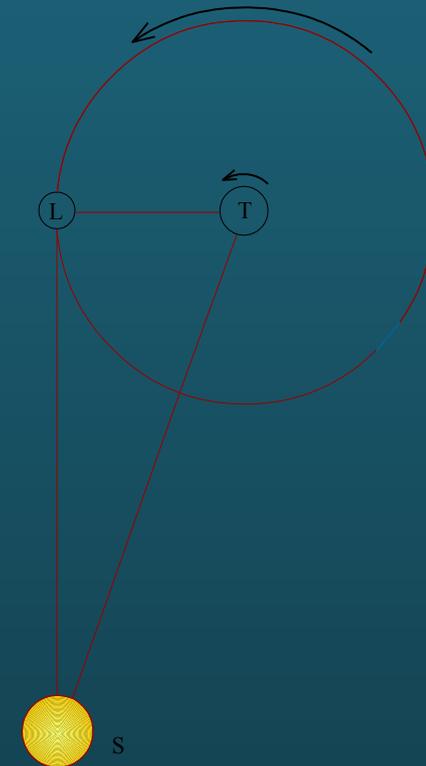
Distances dans l'univers (ST)

La distance Terre-Soleil par la méthode d'Aristarque

- Aristarque a déterminé la distance Terre – Soleil en utilisant les **phases de la Lune**.
- La Lune a un mouvement circulaire uniforme
- Le Soleil n'est pas à l'infini
(contradiction avec la méthode utilisée pour déterminer le diamètre de la Lune).
- Au premier quartier de Lune, l'angle Lune – Terre – Soleil vaut :
un quadrant moins un trentième de quadrant ”

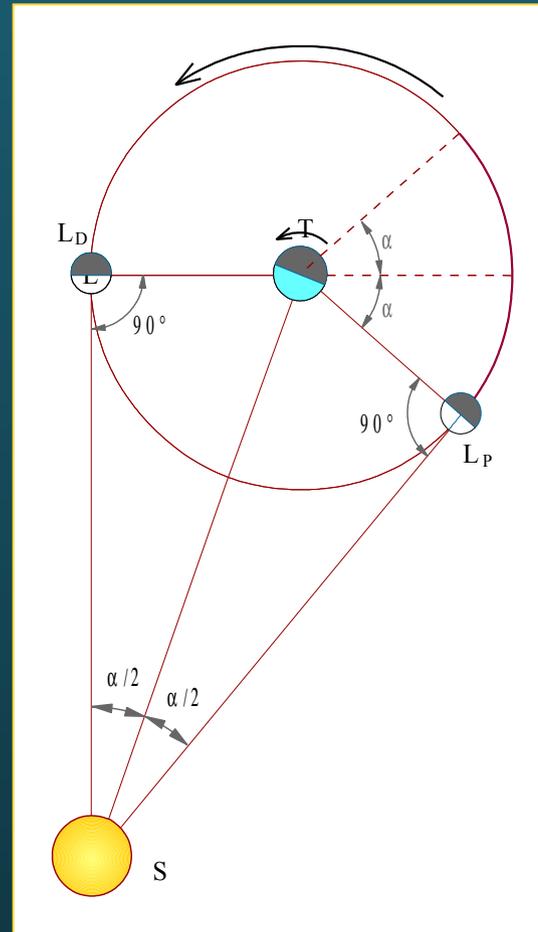
Que vaut l'angle LTS ?

Il vaut 87° .



Représentation des diverses phases de la Lune.

Au premier et au dernier quartier.



Distances dans l'univers (ST)

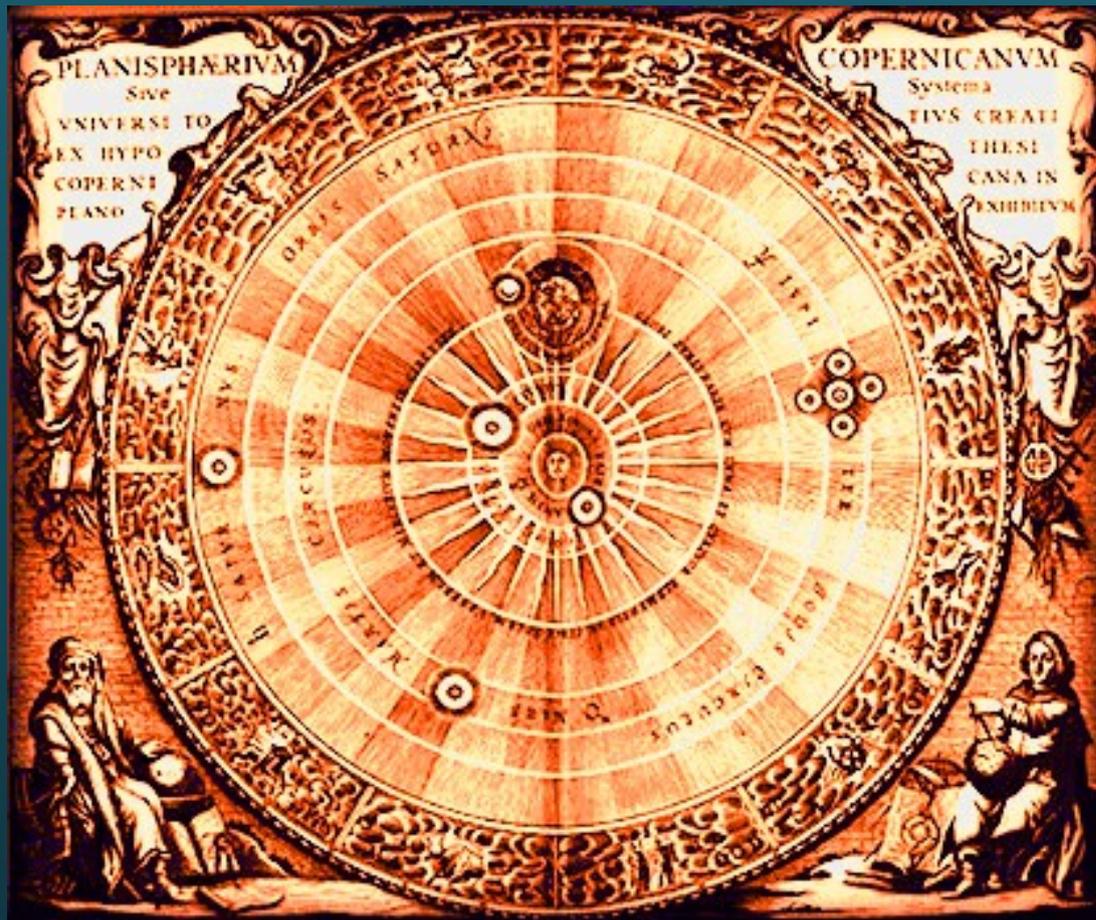
L'Univers chiffré issu du monde grec

	Valeur d'époque	Valeur actuelle	
Circonférence de la Terre	250 000 stades 1 stade = 157,7 m ?	39425 km	40 000 km
Rayon de la Terre		6275 km	6378 km
Distance Terre Lune	30 diam. Terre	376500 km	384 400 km
Diamètre de la Lune	0,27 diam. terrestre	3400 km	3475 km
Distance Terre - Soleil	19 fois Terre- Lune	7 154 000 km	150 000 000 km
Diamètre du Soleil	19 diam. Lune 5 diam. Terre	64 600 km	1 400 000 km

à suivre...

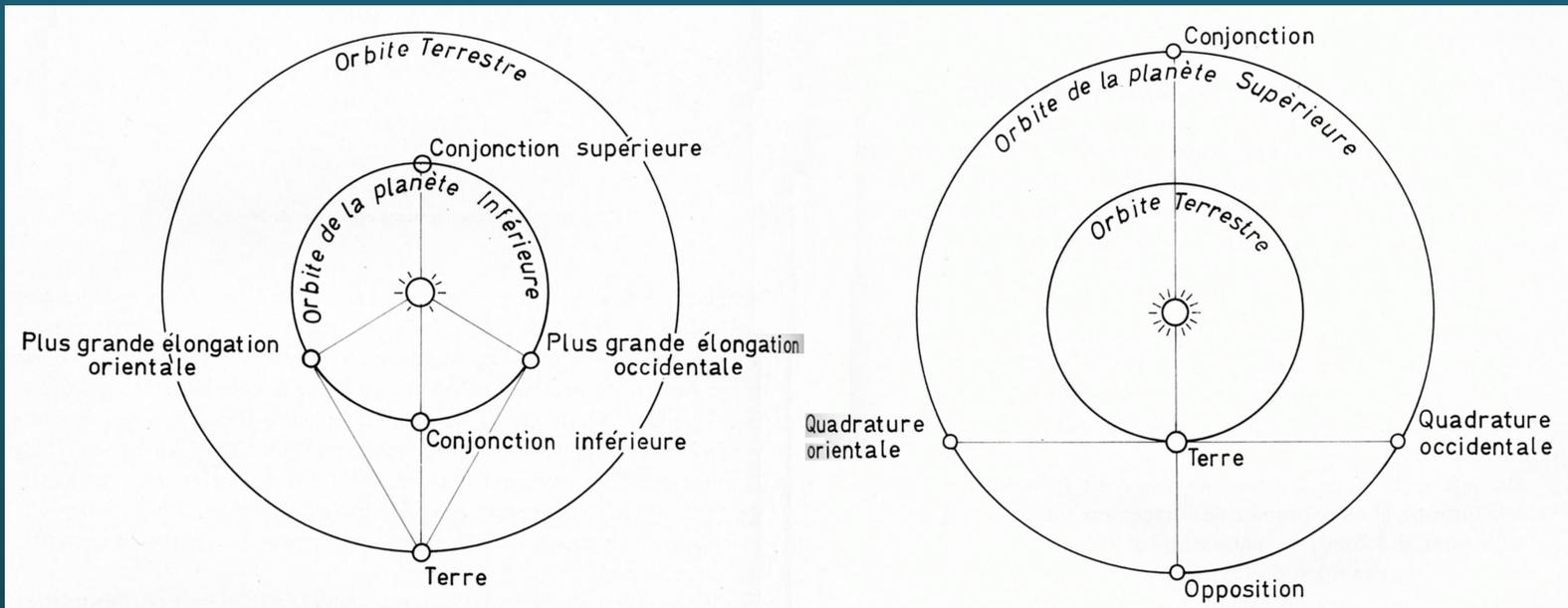
Distances dans l'univers (ST)

La révolution copernicienne : l'héliocentrisme



Distances dans l'univers (ST)

Positions remarquables des planètes



Ces positions sont facilement repérables dans l'espace et le temps.

Exploitation du modèle copernicien ?

Distances dans l'univers (ST)

Distances relatives dans le système solaire

Les conjonction sont difficilement observables, le Soleil étant dans l'alignement de la planète observée. Mais l'observation régulière avant et après permet de déterminer l'instant de la conjonction.

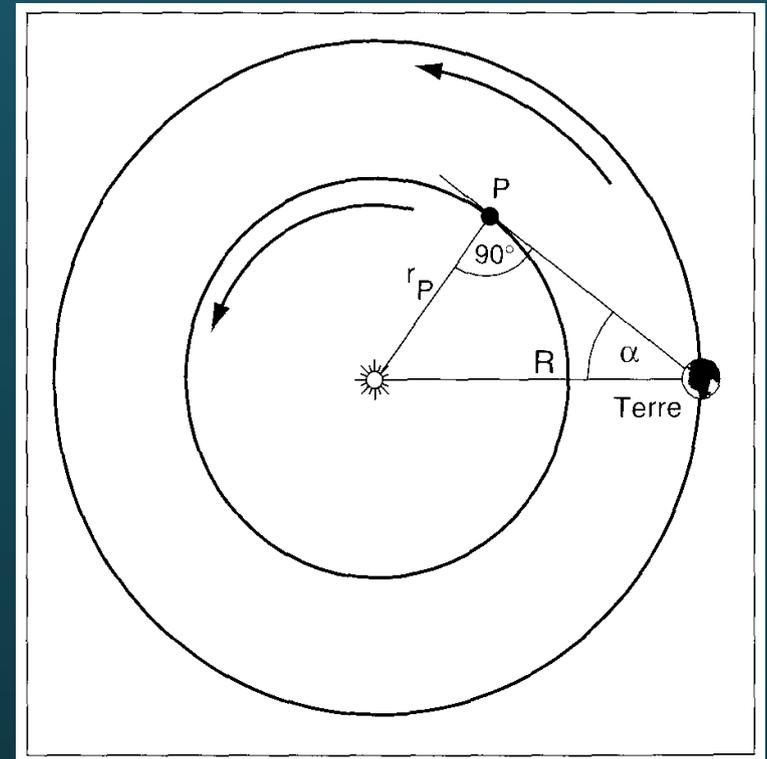
Les plus grandes élongations, oppositions et quadratures sont exploitables

a) Plus grande élongation des planètes inférieurs

L'orbite de la Terre **R** est prise comme référence.

On mesure l'angle α au maximum d'élongation de la planète par rapport au Soleil.

Formulation mathématique ?



Plus grande élongation

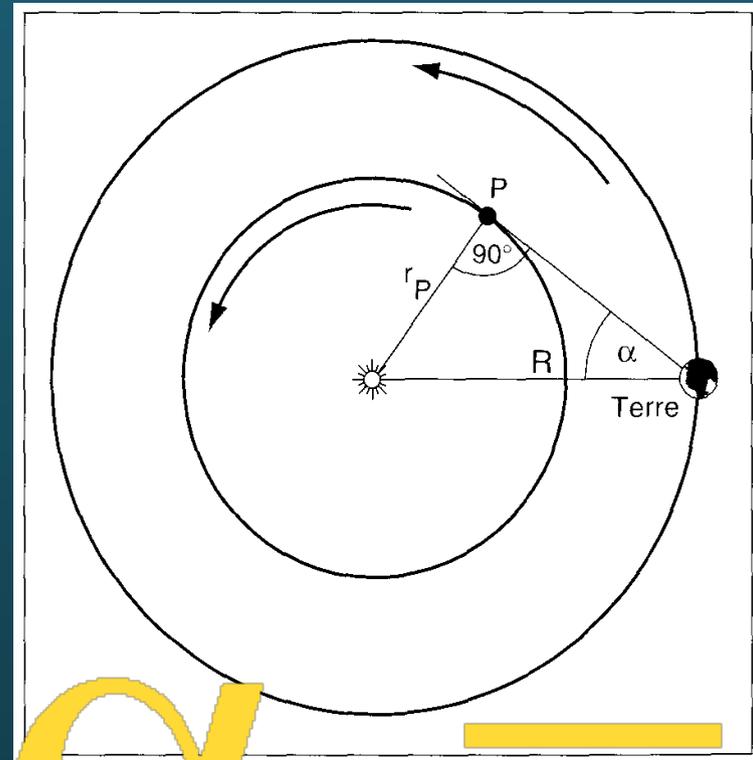
A la plus grande élongation, l'angle en P est rectangle

Ce raisonnement s'applique aux planètes Mercure et Vénus.

Angles de plus grande élongation ?

Mercure : $22^{\circ} 46'$

Vénus : $46^{\circ} 18'$



$\sin \alpha$

Rayon orbite de Mercure 0,387 u.a.

Rayon orbite Vénus 0,723

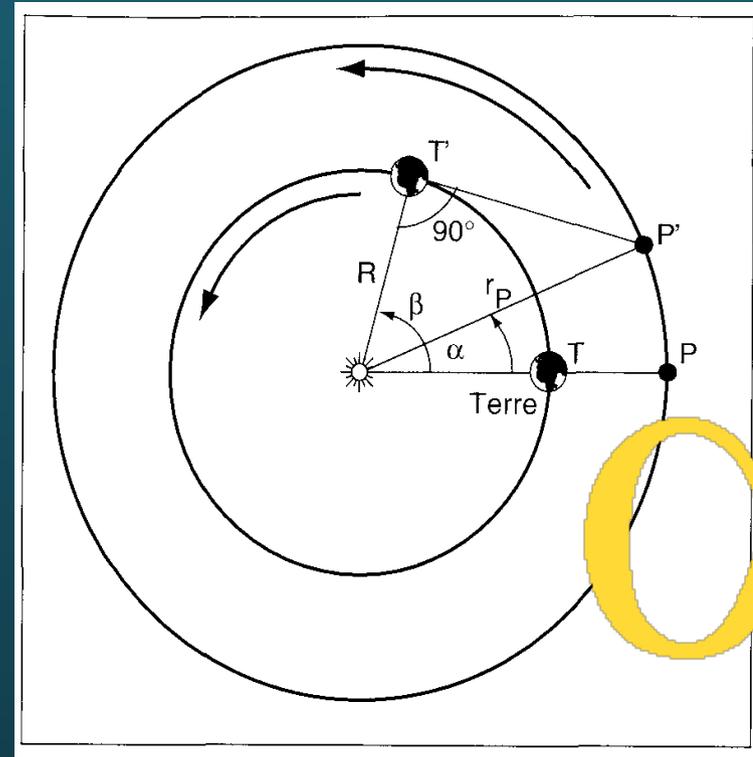
Opposition et quadrature

On mesure le temps entre l'opposition et la quadrature : $\Delta t = t - t'$

Ce qui permet d'évaluer les angles α et β

On connaît T_T et la période sidérale de la Terre et de la planète.

Δt



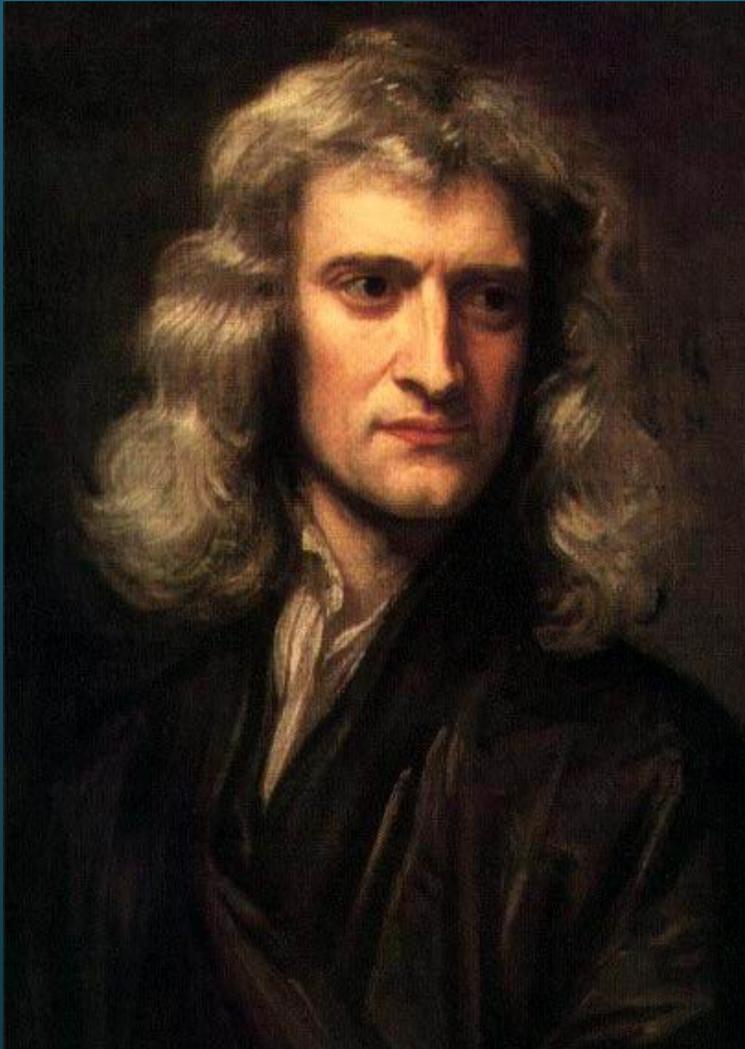
α



Ce raisonnement s'applique aux planètes Mars, Jupiter, Saturne.

T α β 6

Isaac Newton (1643 – 1727)



La troisième loi de Newton

La période de rotation d'une planète et le demi-grand axe de son orbite sont liés par la relation :

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{constante}$$

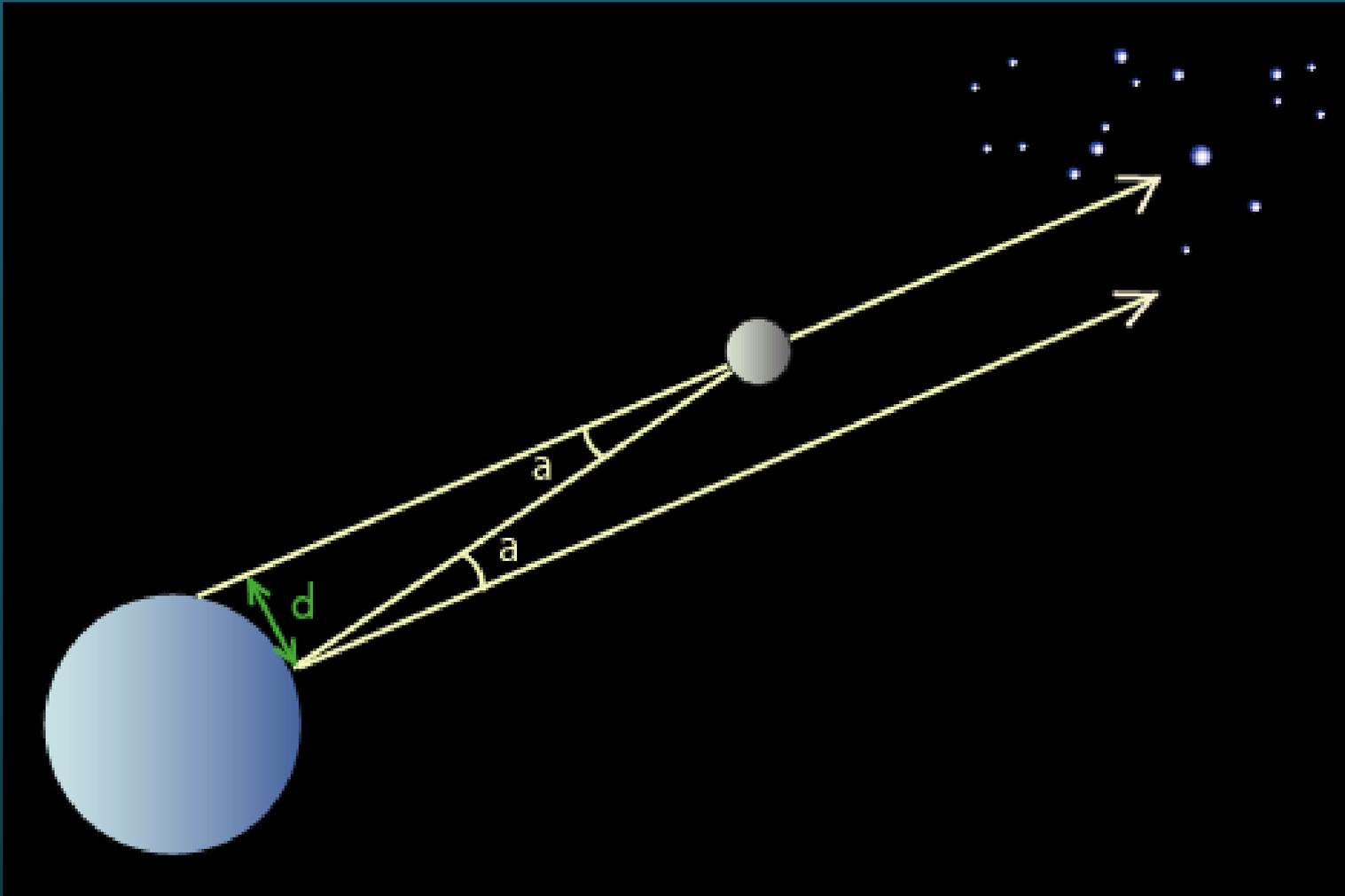
Dans le Système solaire : si P est exprimé en années et a en unités astronomiques (l'unité astronomique étant définie comme le demi-grand axe de l'orbite de la Terre) :

$$\frac{a^3}{T^2} = 1$$

Si on connaît la période, on connaît le demi-grand axe de l'orbite !

Il manque l'échelle !

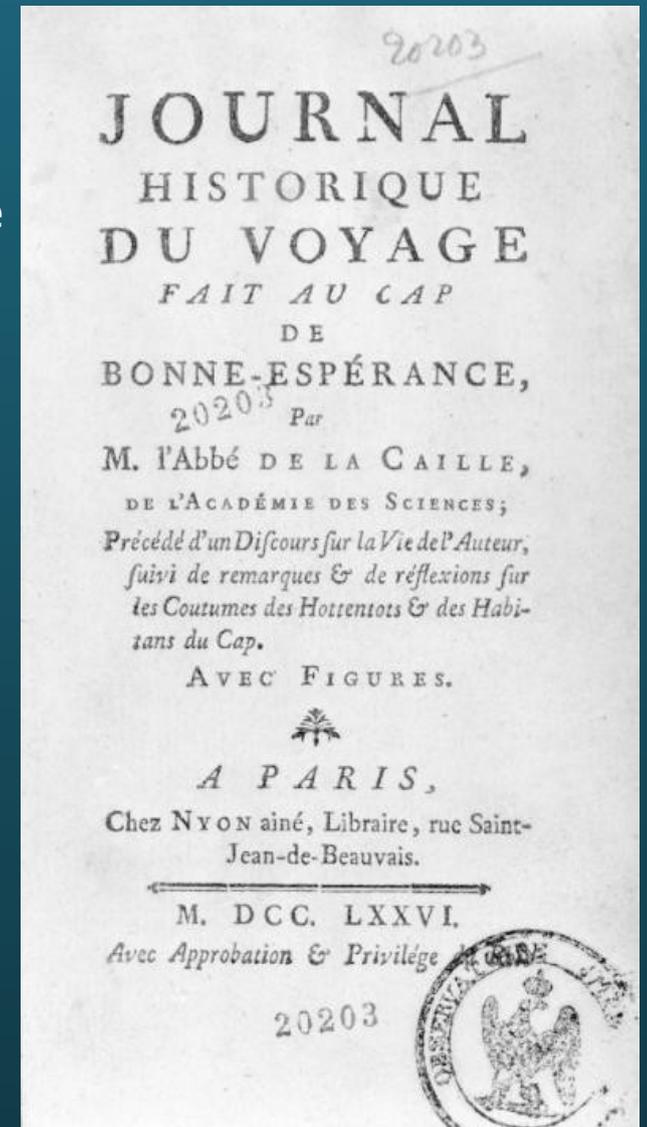
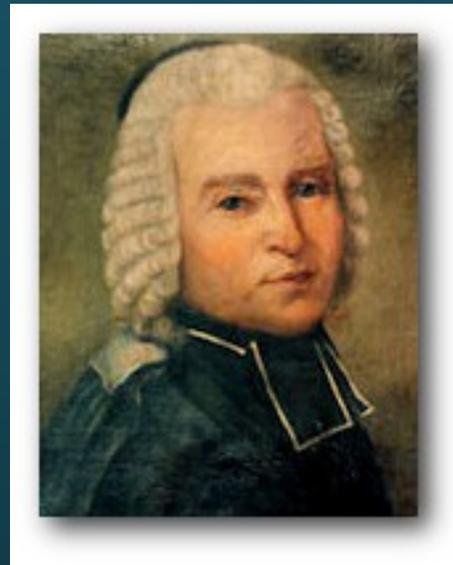
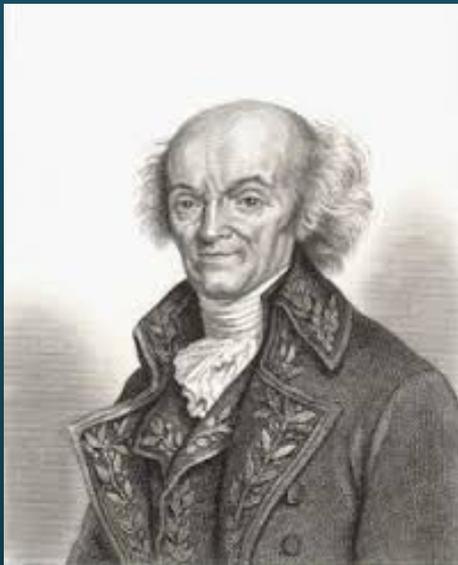
Distance Terre-Lune par mesure de la parallaxe



P.Causeret

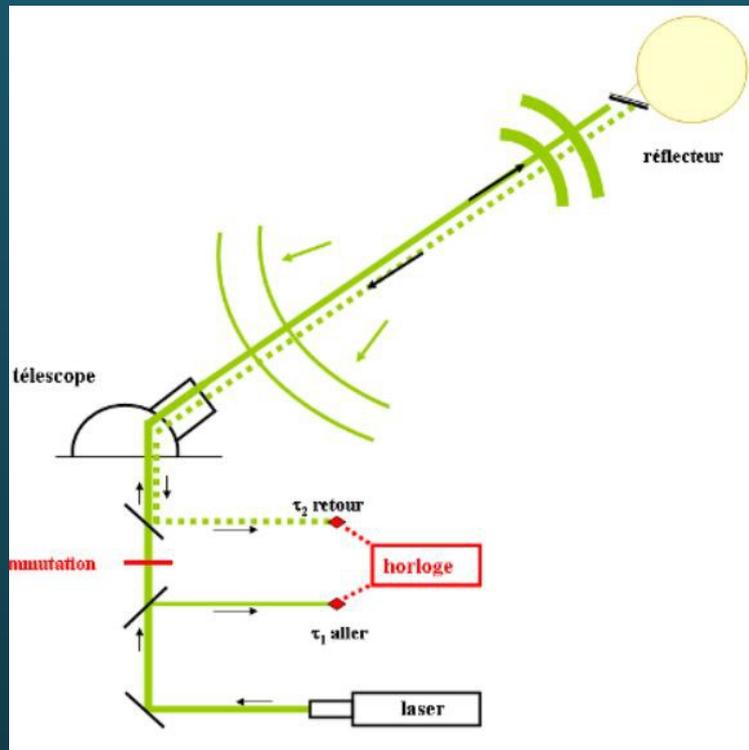
Distances dans l'univers (ST)

1751 : premières mesures précises de la parallaxe lunaire avec Lalande à Berlin et Lacaille au Cap

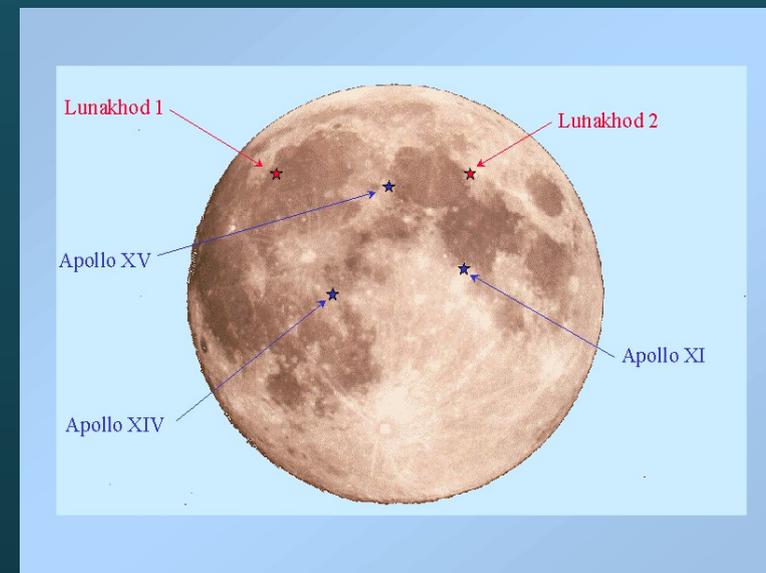


Distances dans l'univers (ST)

Aujourd'hui...des réflecteurs posés sur la surface lunaire par les missions spatiales, permettent de mesurer le temps de trajet de la lumière entre la Terre et la Lune.



Culture sc ENS Lyon



OCA

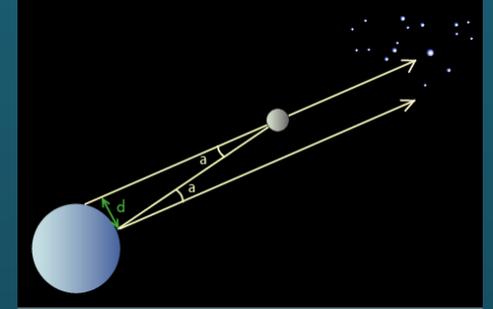
La distance Terre Lune est mesurée ainsi avec une précision de quelques centimètres .

Distances dans l'univers (ST)

Picard, Richer et Cassini mesurent la parallaxe de Mars en 1672.

La parallaxe horizontale est, par définition, l'angle sous lequel on voit le rayon équatorial de la Terre depuis la distance de l'astre considéré.

Picard, Cassini et Richer observèrent Mars depuis deux sites (Paris et Cayenne) au moment d'une opposition de Mars.



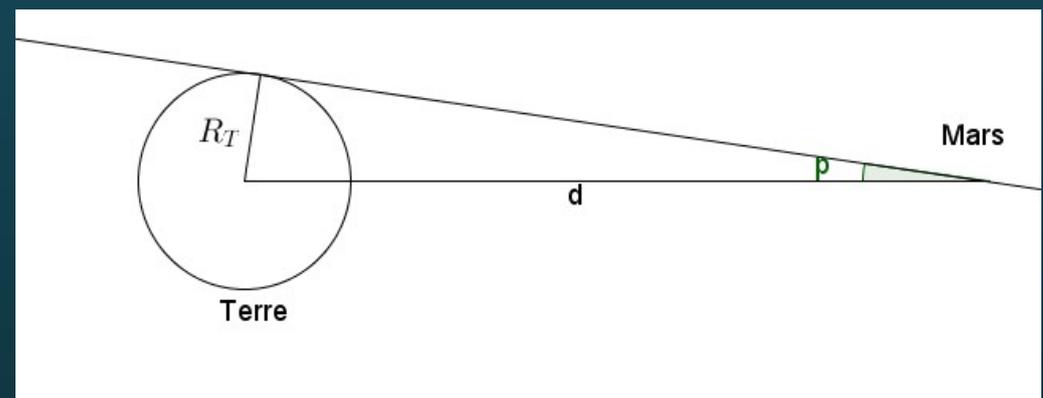
Le décalage de la direction de Mars depuis ces deux sites donne l'angle sous lequel on verrait la distance Paris Cayenne depuis Mars .

Ils en déduisent la parallaxe horizontale de Mars : 24" d'arc.

Calculons la distance Terre-Mars au moment de cette opposition de 1672.

Rappel : $1'' = 1/206265 \text{ rad}$

On trouve 55 millions de km

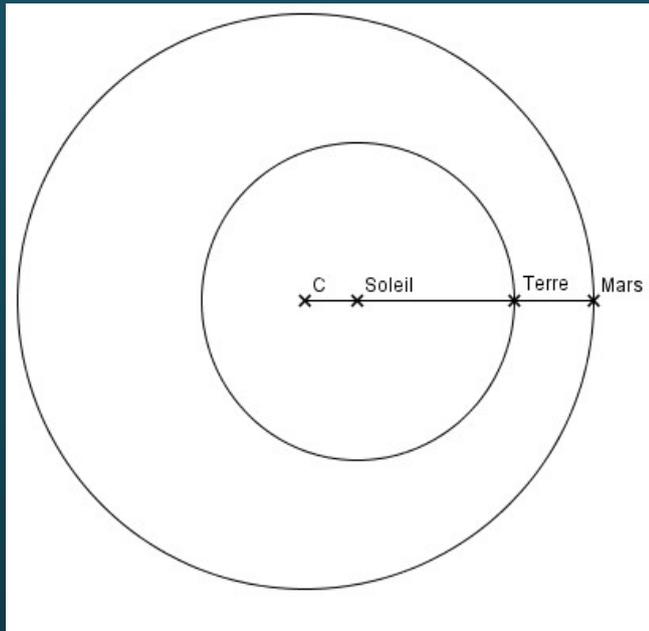


Calcul de la distance Terre-Soleil

L'excentricité de l'orbite terrestre est négligeable dans une première approximation, mais pas celle de Mars.

Le centre de l'orbite de Mars est C.

Les positions du Soleil, de la Terre et de Mars sont S, T et M, respectivement.



On a : $CS = e a_M$, $CM = a_M$, et : $ST = a_T$.

$$a_M = CM = CS + ST + TM = e a_M + a_T + d$$

$$a_M(1 - e) = a_T + d$$

On applique la troisième loi de Kepler :

$$\frac{a_T^3}{P_T^2} = \frac{a_M^3}{P_M^2}$$

Et finalement :

$$a_T = \frac{d}{(1 - e) \left(\frac{P_M}{P_T} \right)^{2/3} - 1}$$

Avec $P_M = 1,88$ ans, $P_T = 1$ ans et $d = 55$ Mkm, on trouve $a_T = 142$ Mkm, qui est une bonne valeur de l'unité astronomique

Distances dans l'univers (ST)

D'autres mesures sur l'astéroïde Eros en 1931

Lors d'une opposition. Eros est passé à 19,6Mkm.

L'excentricité de Eros est $e=0.223$. Sa période est $T=1,758$ ans.

On trouve une valeur plus précise pour l'unité astronomique : $aT= 149$ Mkm.

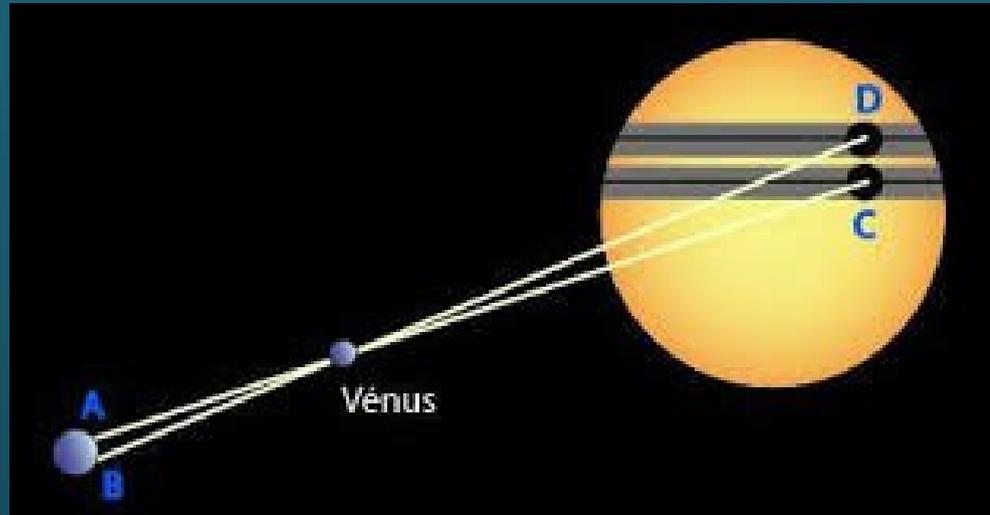
La meilleure précision fut obtenue en mesurant la distance Terre Vénus au moment d'une conjonction, par la méthode de l'écho radar.

L'écho radar arrive 276 secondes après l'émission.

L'excentricité de Vénus est négligeable et sa période sidérale est $P_V=0.615$ ans.

La relation précédente se simplifie ($e_V=0$) mais le dénominateur doit être changé de signe (Planète inférieure).

Détermination de l'unité astronomique par le transit de Vénus



Mesures des deux durées des passages \rightarrow CD en minutes d'arc

Mesures de AB en kilomètres \rightarrow CD en kilomètres



Distance du Soleil en km

L'ancienne définition de l'unité astronomique

...

De manière équivalente, c'est le rayon non perturbé d'une orbite circulaire Newtonienne autour du Soleil d'une particule de masse infinitésimale, se déplaçant à la fréquence de 0.017 202 098 95 radian par jour.

La nouvelle définition de l'unité astronomique

Il s'agit d'une unité conventionnelle de longueur égale à 149 597 870 700 m exactement; cette valeur a été choisie pour être compatible avec celle du système UAI de constantes astronomiques en vigueur depuis 2009.

Le symbole unique à utiliser est « au ».

Bibliographie, netographie

<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/laser-distance-terre-lune.xml>

<http://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/cdroms/index.html>

http://media4.obspm.fr/public/AMC/pages_mesure-distances/

<http://www.ac-nice.fr/clea/lunap/html/TerreLune/TerreLuneEnBref.html>

<http://www.ac-nice.fr/clea/lunap/html/TerreSoleil/TerSolEnBref.html>

HS10 maths et astronomie CLEA

Cahiers Clairaut 89/90/91/113, CLEA