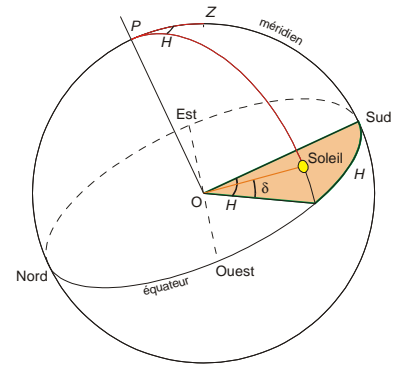


# Gnomons, astrolabes temps solaires et heures de prières



## Heure solaire et gnomon

Depuis la nuit des temps, la direction de l'ombre solaire visualise l'écoulement du temps pour le maîtriser.

L'heure solaire la plus simple n'est qu'un angle mesuré par l'Angle horaire  $H$ , lié au plan équatorial et à la direction Nord-Sud (méridien).

Les grecs puis les arabes pour mesurer le temps obtenu par l'observation de la direction de l'ombre ont élaboré des mathématiques qui ont permis la construction de l'astrolabe.

Une application la plus courante, dans les pays de religion musulmane, où le soleil est très souvent présent, fut l'indication des moments des prières imposées par le rituel.

Nous allons examiner la démarche mathématique qui permet de la règle des heures de prières de calculer et de tracer les lignes sur un astrolabe, puis son utilisation.

## L'heure de l'ombre du gnomon

La direction de l'ombre du gnomon donne l'azimut du Soleil quand le Sud est bien repéré. Cet angle, n'est pas l'heure solaire, car pour un lieu de même longitude, il dépend de la latitude.

La codification des heures de prière impose d'en connaître l'heure. Dans les temps de la naissance de l'Islam, et dans des régions pourvues d'un large ensoleillement, l'heure ne pouvait être donnée que par le Soleil, sa hauteur sur l'horizon ou la longueur de l'ombre d'un gnomon.

Les mathématiques permettent par la mesure de l'angle de hauteur ou de la longueur de l'ombre de calculer l'heure solaire. De là à édicter des règles les plus simples possibles pour trouver les heures imposées, il fallait des mathématiciens astronomes.

## Recherche : Relation gnomon, ombre, hauteur, heure

Le gnomon  $GP$  de hauteur  $L$  donne une ombre  $PO$ .

Sa hauteur  $h$  est mesurable par l'astrolabe ou calculable par la formule:

$$\tan h = \frac{GP}{OP} = \frac{L}{OP}$$

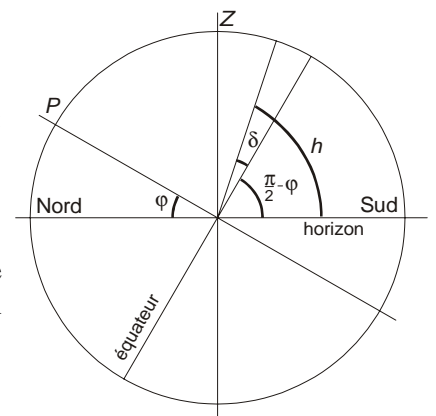
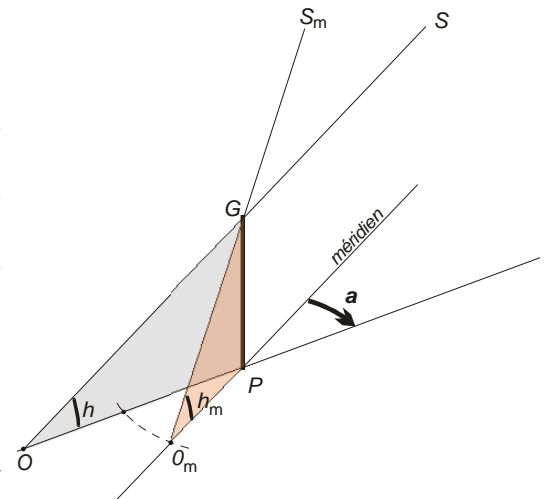
Une valeur particulière de  $h$  est  $h_m$  lors du passage au méridien.

$$\tan h_m = \frac{L}{PO_m}$$

Mais au méridien,  $h_m$  est connue indépendamment de la mesure au gnomon :

$$h_m = 90 - \varphi + \delta$$

où  $\delta$  déclinaison du Soleil est indépendante du lieu, mais dépend du jour de l'année (année solaire). Il suffit d'avoir un tableau et connaître le jour en calendrier solaire.

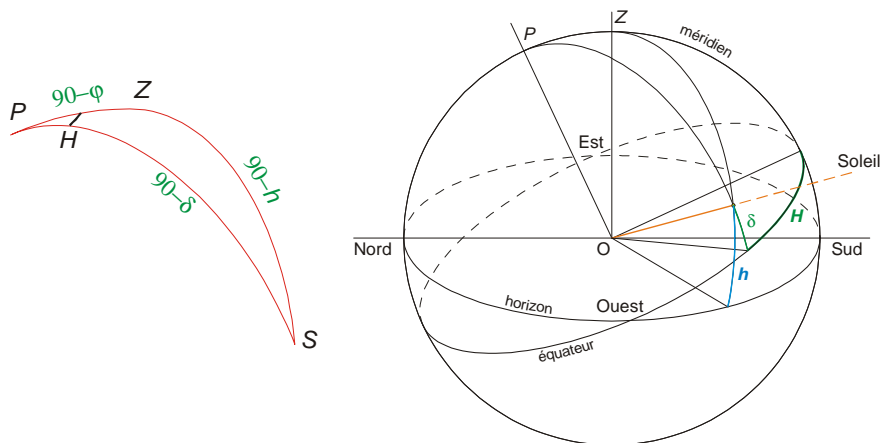


En trigonométrie sphérique, connaissant  $h$ ,  $\delta$  et  $\theta$ , on sait calculer l'angle horaire qui donne l'heure solaire vraie.

$$\cos H = \frac{\sin h - \sin \delta \sin \varphi}{\cos \delta \cos \varphi} \quad (1)$$

(voir relations de trigonométrie sphérique).

L'heure solaire étant :  $T_s = H+12$



### De la règle religieuse à la courbe de l'astrolabe

Pour fixer l'heure de la prière, la règle coranique (ou mathématiquement adaptée) se sert de l'allongement de l'ombre du gnomon.

#### Recherche : quelle (s) règle (s) édicter ?

1) Prière de midi ou *az-zuhr*. Se partage en deux temps : *appel* et *début de la prière*

*Appel* - a lieu quand l'ombre méridienne du gnomon s'est allongée d'un doigt

*Début* - a lieu quand l'ombre méridienne du gnomon s'est allongée de trois doigts

Le doigt est "la moitié du sixième du gnomon" soit 1/12 de la longueur du gnomon et trois doigts valent un quart de gnomon.

2) Prière de l'après-midi ou *al-asr* : l'ombre méridienne s'est allongée de la longueur du gnomon. Selon d'autres auteurs (sans h) ce serait deux longueurs de gnomon.

Un peu de géométrie permet de calculer les hauteurs du Soleil pour ces trois allongements de l'ombre, de calculer l'heure solaire  $H$  et de reporter sur l'astrolabe l'heure et la hauteur pour tracer les courbes en fonction de l'époque de l'année (par la déclinaison).

#### Recherche : quelle relation mathématique ?

Pour un jour donné, l'ombre méridienne est  $h_m$

$OO_m = \alpha L$  est l'allongement de l'ombre du bâton.

Comment relier cet allongement à la hauteur  $h$  puis à l'heure ?.

Dans le triangle OPG, on relie la hauteur du gnomon à l'ombre et à l'angle  $h$

$$\tan h = \frac{L}{OO_m + O_m P} = \frac{L}{\alpha L + \frac{L}{\tan h_m}} = \frac{1}{\alpha + \cotan h_m}$$

avec

$$h_m = 90 - \varphi + \delta$$

$$\tan h = \frac{1}{\alpha + \tan(\varphi - \delta)}$$

avec la formule (1) donnant l'angle horaire, à une date donnée, on peut calculer les heures de prières par la position du Soleil sur l'astrolabe.

#### Recherche : calcul des valeurs de la hauteur du Soleil et des heures de prière dans un tableur au cours de l'année.

Pour les trois valeurs de  $\alpha$ , de l'allongement de l'ombre, pour une latitude connue, on peut calculer à l'aide d'un tableur les hauteurs du Soleil et les temps des prières pour les différentes déclinaisons du Soleil au cours de l'année.

## Travail

- mettre dans une cellule la latitude (F4)
- mettre dans une deuxième cellule le coefficient  $\alpha$  d'allongement de l'ombre (F5)
- créer une colonne avec les valeurs de la déclinaison du Soleil échelonnées sur toutes les valeurs possibles (on pourra prendre de  $-23^{\circ}27'$  à  $+23^{\circ}27'$  une valeur tous les 1, 2 ou 5°)
- créer une colonne des valeurs  $h_m$  avec sa formule
- créer une colonne des valeurs de la hauteur  $h$  avec sa formule
- créer une colonne des valeurs de l'angle horaire  $H$  et de l'heure solaire avec sa formule.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Astronomie arabe</b>							
2	<b>Gnomon et astrolabe</b>							
3	<b>Heures de prières</b>							
4						Latitude	31.00	
5						coeff. d'allongement de l'ombre	0.2500	
6								
7								
8	<b>Position du Soleil</b>				<b>Heure prière</b>			
9								
10	<b>Déclinaison du Soleil</b>		<b>Hauteur au méridien</b>		<b><math>h</math></b>	<b><math>H</math></b>	<b>Heure décimale</b>	<b>Heure</b>
11								
12								
13	23.45							
14	22.00							

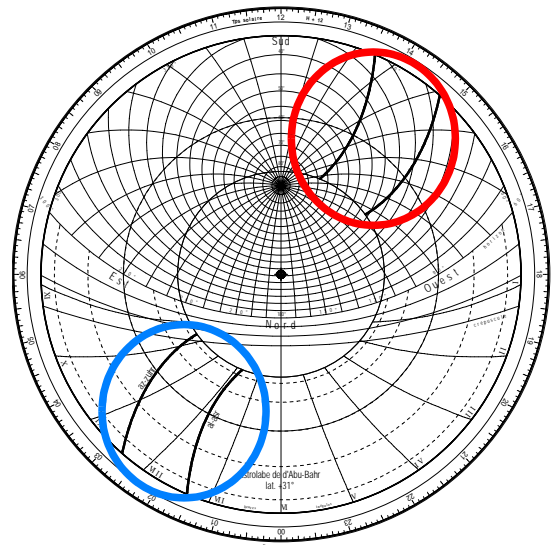
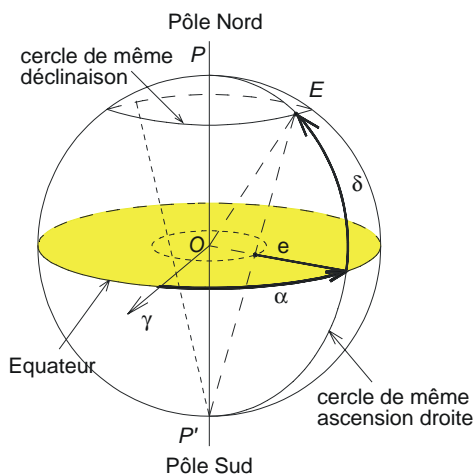
### Tracé sur l'astrolabe.

Ces points (hauteur du Soleil - heure solaire) reliés entre eux forment les courbes de prières. Ils peuvent être portés sur le tympan de l'astrolabe (dans le cercle rouge).

Mais pour ne pas surcharger les réseaux de coordonnées, on construit leurs symétriques sous l'horizon (cercle bleu) par rapport au centre et aussi les cercles de déclinaisons correspondant à quelques déclinaisons choisies (déclinaisons du Soleil à son entrée dans les signes du Zodiaque sur l'écliptique).

On rappelle que dans la projection stéréographique de l'astrolabe, le rayon d'un cercle d'égale déclinaison a pour valeur :

$$r_{\delta} = r_{\text{equat}} \cdot \tan\left(\frac{90 - \delta}{2}\right)$$



## Détermination de la hauteur du Soleil et de l'heure au moment de la prière

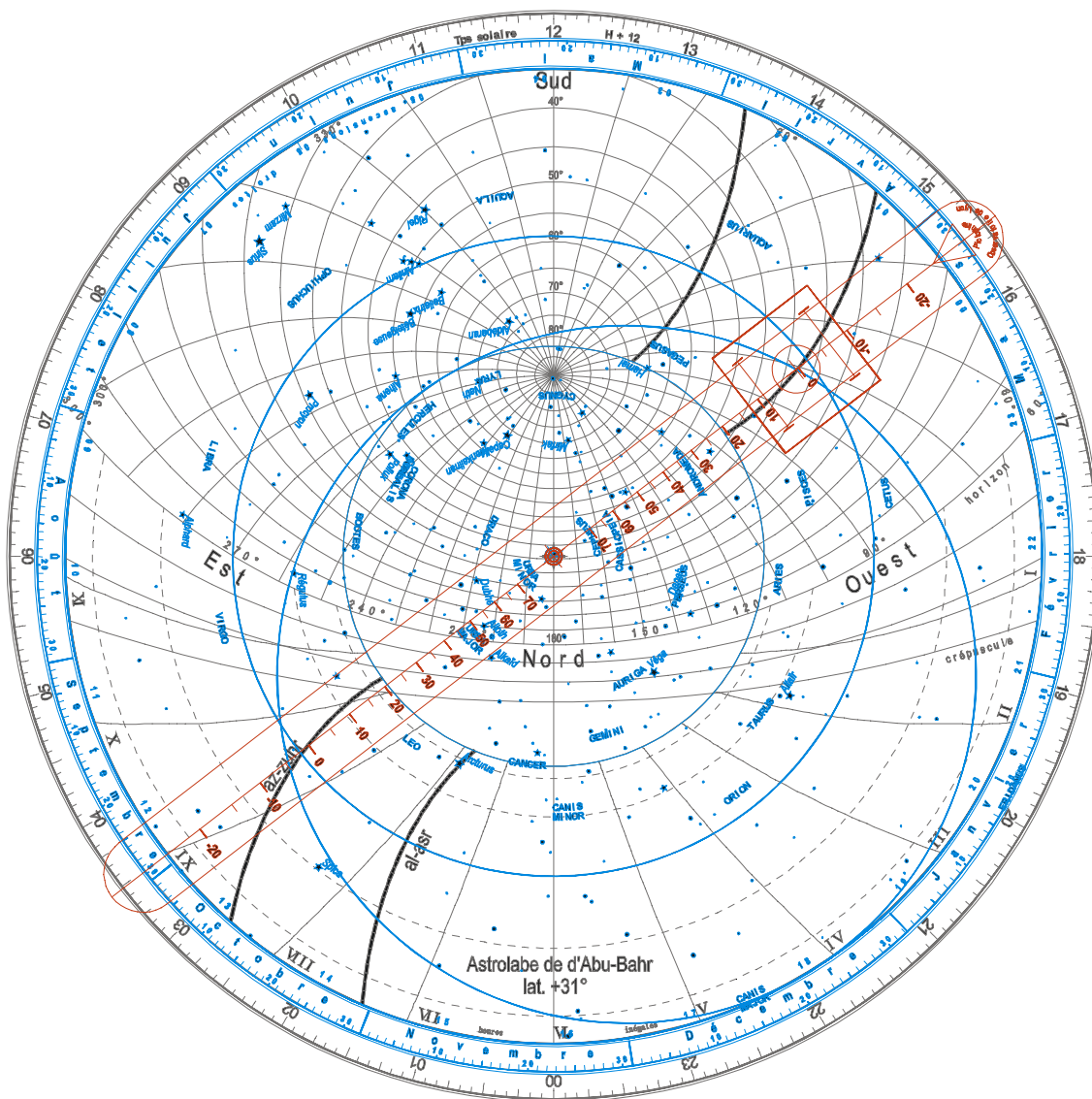
Le Soleil sur l'*ostentor* est placé au jour désiré sur l'écliptique de l'araignée.

On amène l'*araignée*+*ostentor* de façon que le Soleil soit sur la courbe de prières choisie.

Ici on a gardé les courbes de prières au-dessus de l'horizon. Mais sur les vrais astrolabes, les courbes sont en dessous, et il faut faire faire une rotation de 180° à l'ensemble araignée-ostentor ou avoir une grande alidade avec deux soleils.

On lit :

- sur la graduation externe des heures, l'heure de prière
- sur les almicantarats, la hauteur du Soleil au moment du début de la prière.



que l'on surveillera, pour ne pas laisser passer l'heure imposée, par l'utilisation du dos de l'astrolabe, soit sur la graduation des hauteurs, soit sur le carré d'ombre.

A l'heure lue ou à la hauteur mesurée prévue, il n'y a plus qu'à s'exécuter.

### Rappel : de l'heure solaire à l'heure civile

L'heure civile se calcule à partir de l'heure solaire en ajoutant :

- la valeur de l'équation au temps du jour de l'observation
- la longitude du lieu (en heures d'angle  $15^\circ = 1$  heure)
- le décalage dû à l'horaire d'été ou d'hiver