1622. & de l'Apologie de cette confession opposée à la Censure des Theologiens de Leyde, en 1629. par Episcopius. La derniere classe renferme diverses opinions repanduës dans les livres des Remontrans, principalement dans ceux d'Episcopius, & d'Etienne de Courcelles. M. Spanheim aprés avoir ainsi partagé la Doctrine des Remontrans, en attaque tous les points suivant les principes generaux de sa secte.

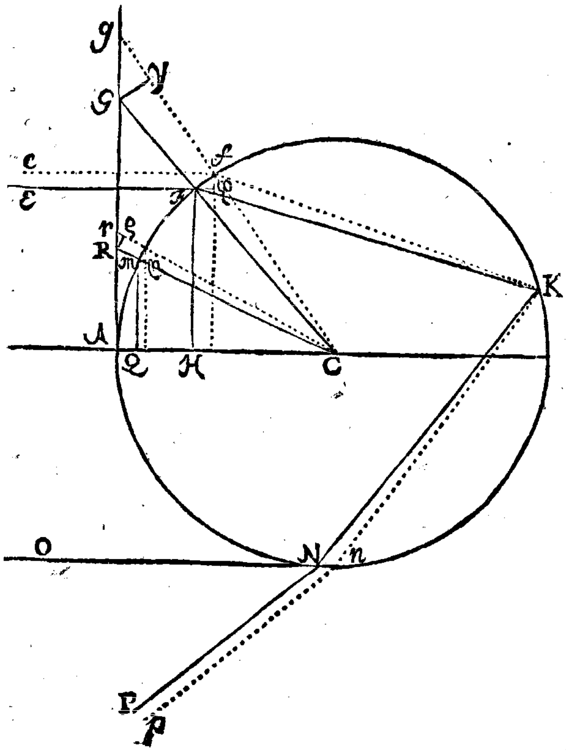
Comme il est assez concis, Strimesius s'etend plus au-long sur la même matiere. Il joint dans ses Remarques de nouvelles circonstances, aux faits raportez par M. Spanheim, il propose de nouveaux argumens, il allonge ceux qui luy paroissent trop succints, & donne de nouveaux tours aux raisonemens deja rebatus.

METHODE GEOMETRIQUE ET GENERALE, DE *déterminer le diametre de l'Arc-en-ciel, quelque hypothese de refraction que l'on suppose dans l'eau ou dans toute autre liqueur transparente. Et le diametre de l'Arc-en-ciel estant donné par observation, de trouver la raison de la refraction. Par* M. Herman de Basle.

MR. Halley semble avoir raison d'estre surpris, qu'aprés que M. Descartes a enfin deviné la veritable raison du phenomene de l'Arc-en-ciel, il n'y ait point eu de Philosophe, qui se soit avisé de traiter ce point de Physique d'une maniere plus étenduë, que n'a fait ce grand homme. Il se contentoit d'avoir trouvé l'angle ou le diametre du premier Arc-en-ciel de $41^d. 30'$. & celuy du second, de $51^d. 54'$. quoi que d'une maniere fort indirecte & en tâtonnant seulement. M. Halley a tâché de suppléer à tout ce qui manquoit jusqu'icy à la theorie de l'Arc-en-ciel, dans le beau Memoire qu'il fit publier dans les Transactions Philosophiques des mois de Novembre & de Decembre 1700. & dont les Auteurs du Journal de Leipsic, ont donné une traduction dans la IX. section du III. Tome de leurs supplemens; mais à cause de la brieveté qu'il s'estoit prescrite, il s'est contenté de démontrer le premier Theorême concernant le diametre de l'Arc-en-ciel, & d'indiquer seulement le reste sans en donner la démonstration.

C'eſt pourquoi j'eſpere que les connoiſſeurs ne feront pas fâchez de voir ce que j'ay trouvé de moy-même touchant ce phenomene, avant que j'euſſe veu la ſection IX. des ſupplemens, dont je viens de parler. M. Bernoulli de cette ville, en peut eſtre temoin. Mais parce que M. Halley eſt le premier qui ait penſé à ces Problêmes, il eſt juſte qu'on luy cede toute entiere la gloire de l'invention.

M. Deſcartes a fort bien expliqué l'Arc-en-ciel interieur, que j'appelle le premier Arc-en-ciel, par deux refractions & une reflexion, & l'exterieur ou le ſecond, par deux refractions & deux reflexions; enfin le troiſiéme par deux refractions & trois reflexions ſur une même goute d'eau. Mais comme tous les rayons qui ſortent de la goute avec une trop grande divergence, diſſipent trop la lumiere, en ſorte qu'elle ne peut pas frapper aſſez fortement les yeux du ſpectateur; il faut que quelques-uns des rayons qui ſont entrez en lignes paralleles dans la goute d'eau, en ſortent de même en lignes paralleles, pour nous faire ſentir une eſpece d'Arc-en-ciel. C'eſt-là le principe de tout ce qu'on va dire dans la ſuite.



Soit AFKN la coupe d'une goute d'eau par le centre C, EF, *ef*, &c. Des rayons du ſoleil, paralleles entr'eux, qui entrent dans la goute en F, f, &c. Et aprés une reflexion dans le premier, aprés deux dans le ſecond, & aprés trois dans le troiſiéme Arc-en-ciel, & ainſi de ſuite, en ſortent en N, *n* &c. allant dans l'air par NP, *np* &c. On demande un point F dans la goute AFKN en ſorte que les rayons EF, *ef* qui entrent dans la goute tout proche de luy, en sortent serrez le plus qu'il est possible, c'est à dire, que les rayons sortants N P, np, soient parfaitement paralleles; & dans ce cas, O N estant tiré parallele à E F ou à AC, l'angle ONP donnera le diametre apparent de l'Arc-en-ciel que l'on cherche.

Je nomme les angles d'incidence A C F dans tous les Arcs-en-ciel p, & leurs angles rompus $CFK=ACR$ q; les angles de la moitié de la latitude, ou les angles ONP 2ω. Ceci posé il est aisé à demontrer, que dans le premier Arc-en-ciel, on trouve $4q-2p=2\omega=ONP$, & que mettant r pour l'angle droit, on trouve de même $2r+2p-6q=2\omega=ONP$ dans le second Arc-en-ciel, & $4r+2p-8q=2\omega=ONP$ dans le troisiéme Arc-en-ciel. Or si vous augmentez les angles ACF, & ACM des angles infiniment petits FCf, MCm, ou de dp, dq: Vous aurez $-2p+4q-2dp+4dq=Onp$, dans le premier Arc-en-ciel.
ou $2r+2p-6q+2dp-6dq=Onp$, dans le second Arc-en-ciel.
ou $4r+2p-8q+2dp-8dq=Onp$, dans le troisiéme Arc-en-ciel, &c.

Mais comme NP, np doivent estre paralleles, les angles Onp, ONP seront parfaitement égaux, & partant, $4q-2p=4q-2p+4dq-2dp$, d'où l'on tire $Ff=dp=2Mm=2dq$, dans le premier Arc-en-ciel. $2r+2p-6q=2r+2p-6q+2dp-6dq$, d'où l'on tire $Ff=dp=3Mm=3dq$, pour le second Arc-en-ciel. $4r+2p-8q=4r+2p-8q+2dp-8dq$, d'où l'on tire de même $Ff=dp=4Mm=4dq$, pour le troisiéme Arc-en-ciel. Et ainsi de suite dans d'autres.

Prenant de plus $AC=a$; $FH=t$; & $\frac{m}{n}$ pour la raison de la refraction en general; on aura $MQ=\frac{nt}{m}=$ sinus de l'angle rompu CFK égal par construction à l'angle ACM. $HC=\sqrt{aa-tt}$, & $QC=\sqrt{aa-\frac{nntt}{mm}}$. A cause des triangles semblables $Ff\varphi$, FCH & $Mm\mu$, MCQ, on trouve $Ff=\frac{adt}{\sqrt{aa-tt}}$, & $Mm=\frac{andt}{\sqrt{aamm-nntt}}$, d'où l'on tire $t=a\sqrt{\frac{4}{3}-\frac{mm}{3nn}}$, à cause que, comme nous venons de dire, $Ff=2Mm$, dans le premier Arc-en-ciel $t=a\sqrt{\frac{9}{8}-\frac{mm}{8nn}}$,

pour

pour le second Arc. puis que dans ce cas là, $Ff = 3Mm = dp = 3dq$. Enfin $t = a\sqrt{\frac{16}{15} - \frac{mm}{15nn}}$, au troisiéme Arc-en-ciel, où $Ff = 4Mm = dp = 4dq$. Et ainsi à l'infini. Comme M. Halley l'a trouvé aussi.

Pour l'autre Problême, qui est de trouver la raison de la refraction, le demi-diametre de l'Arc-en-ciel estant donné par observation : ma maniere de le resoudre est telle. Soient la tangente de l'angle d'incidence ACF, qui est $AG = x$, la secante $CG = \sqrt{aa+xx}$, la tang. du compl. de l'angle $ACG = \frac{aa}{x}$, dont la secante est $= \sqrt{aa + \frac{a^4}{xx}}$: la tangente de l'angle rompu ACR, qui est $AR = y$; la tang. du compl. de $AR = \frac{aa}{y}$, & enfin la secante du compl. $= \sqrt{aa + \frac{a^4}{yy}}$.

On demontre dans la trigonometrie, que *les sinus de deux arcs quelconques sont reciproquement proportionels, aux secantes des complemens, de ces mêmes arcs.*

C'est pourquoy $FH . MQ :: m . n :: \sqrt{aa + \frac{a^4}{yy}} . \sqrt{aa + \frac{a^4}{xx}}$; d'où je tire $y = \frac{anx}{\sqrt{aamm + mmxx - nnxx}} = \frac{anx}{z}$, faisant $z = \sqrt{aamm + mmxx - nnxx}$; & $\sqrt{aa+yy} = \frac{ams}{z}$; supposé $\sqrt{aa+xx} = s$.

Maintenant la difference de la tangente $AG = x$ estant $Gg = dx$: la difference de la tangente de l'angle rompu CFK ou ACR, sera $Rr = \frac{a^3 mmndx}{z^3}$. Mais à cause des triangles semblables Ggr, GAC & GrC, FfC on trouve $Ff = \frac{aadx}{ss}$, & puis que les triangles $Rr\rho$, CRA & $R\rho C$, MmC sont semblables, concevez $Mm = \frac{a^3 ndx}{ssz}$. Or nous avons trouvé ci-dessus, $Ff = 2Mm$, donc $\frac{aadx}{ss} = \frac{2a^3 ndx}{ssz}$, & par consequent $z = 2an$, dans le premier Arc-enciel. $Ff = 3Mm$, donc $\frac{aadx}{ss} = \frac{3a^3 ndx}{ssz}$, & partant $z = 3an$, dans le second. $Ff = 4Mm$, donc $\frac{aadx}{ss} = \frac{4a^3 ndx}{ssz}$ d'où je tire $z = 4an$, dans le troisiéme Arc-en-ciel. D'où il est évident, qu'il