ſelon M. Triglandius, qu'ils les ont tirées des livres des *Karaïtes*, & il cite pour exemple les Ouvrages de R. *Abenezra.*

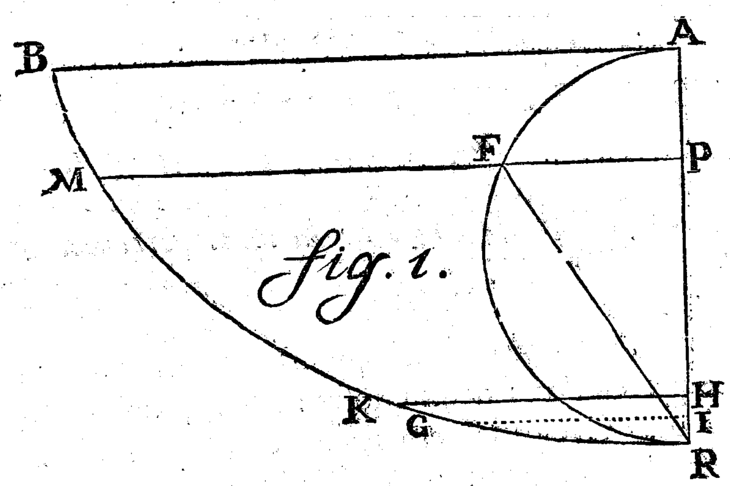
MANIERE AISEE DE DEMONTRER L'EGALITE' DES *temps dans les chutes d'un corps tombant par une Cycloïde de plus ou de moins haut, & de trouver le rapport du temps de la chute par la Cycloïde au temps de la chute perpendiculaire par ſon axe.*

TOut le monde ſçait que M. Huguens a découvert & demontré le premier ces deux choſes : L'une, qu'un corps qui tombe dans une Cycloïde renverſée, employe toujours le même temps à tomber juſqu'au point le plus bas, quelle que ſoit la hauteur du point de la Cycloïde d'où commence la chute : l'autre, que ce temps eſt à celuy de la chute perpendiculaire par l'axe, comme la demie-circonference du cercle à ſon diametre.

Cette découverte eſt une des plus belles, & des plus utiles du ſiecle paſſé ; mais la démonſtration de M. Huguens eſt ſi longue & ſi embarraſſée, que bien des gens aiment mieux tout d'un coup la croire bonne & ſçavante, comme elle eſt en effet, que de ſe donner la peine de la lire juſqu'au bout avec l'attention neceſſaire pour l'entendre. Cette conſideration a obligé pluſieurs Geometres à chercher quelque démonſtration moins difficile. M. Bernoulli de Groningue nous en a donné une dans les Journaux de Leipſic, tres-courte & tres-aiſée ; mais elle ne regarde que l'égalité des temps dans les chutes par des arcs d'inegale hauteur ; & il ne démontre point le rapport du temps de la chute par la Cycloïde, à celuy de la chute perpendiculaire par l'axe. On verra icy avec quelle facilité ces deux choſes ſe démontrent par le nouveau calcul.

Pour l'egalité des temps dans les chutes par des arcs inegaux.

Soit BR une demie Cycloïde ; MR un arc quelconque moindre que BR ; AFR la demie circonference du cercle générateur ; AR le diametre du cercle, & l'axe de la Cycloïde. Il



faut démontrer que le temps de la chute par B R, le corps commençant à tomber par B, est égal au temps de la chute par M R, le corps commençant à tomber par M.

Que l'on conçoive B R divisé en une infinité de petites parties égales, je prends K R pour une de ces petites parties. Que l'on conçoive de même l'arc M R divisé en une infinité de petites parties égales, qui soient à celles de B R comme M R est à B R; je suppose que G R est une de ces petites parties. Ayant nommé le temps par B R, t; le temps par K R aprés B K, qui est la difference du temps par B R, sera dt: & de même si l'on nomme le temps par M R, θ; le temps par G R aprés M G sera $d\theta$.

Maintenant on sçait que la vitesse au point K aprés la chute par B K est exprimée par $\sqrt{AH}$, ou $\sqrt{AR}$ (à cause que le point R est infiniment proche du point H.) Or l'arc infiniment petit K R estant parcouru avec cette vitesse comme avec une vitesse uniforme; on a dt, c'est à dire le temps par K R aprés B K $= \frac{KR}{\sqrt{AR}}$; & l'on a de la même maniere $d\theta$, c'est-à-dire le temps par G R aprés M G $= \frac{GR}{\sqrt{PR}}$. Mais K R . G R :: B R . M R; & par la proprieté de la Cycloïde B R . M R :: A R . F R :: $\sqrt{AR}$. $\sqrt{PR}$; donc K R . G R :: $\sqrt{AR}$. $\sqrt{PR}$ d'où l'on tire $\frac{KR}{\sqrt{AR}} = \frac{GR}{\sqrt{PR}}$; c'est-à-dire $dt = d\theta$, & par consequent $t = \theta$; ce qu'il falloit démontrer.

Pour le rapport du temps de la chute par la Cycloïde au temps de la chute par l'axe.

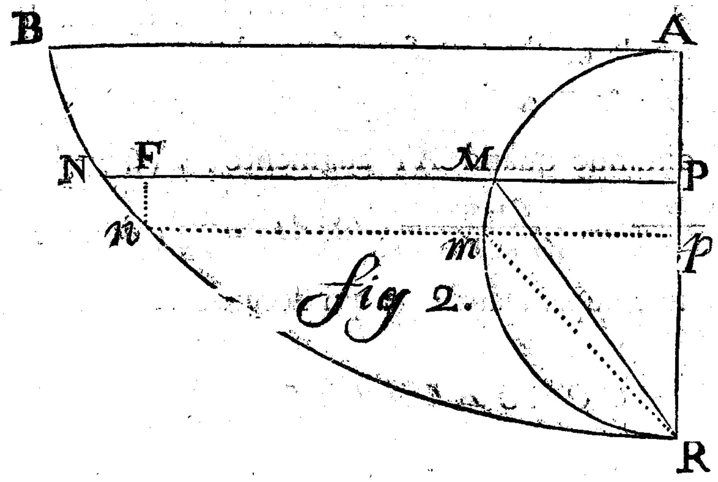


Fig 2.

PMN, *pmn* sont deux ordonnées à la Cycloïde infiniment proche qui coupent la demie circonference AMR aux deux points M, m; MR, mR sont deux cordes au cercle aussi infiniment proche; la petite droite Fn est parallele à AR.

Soit AR $= 2a$; AP $= x$; donc PR $= 2a - x$; & MR $= \sqrt{4aa - 2ax}$. Soit encore la demie-circonference AMR $= c$; l'arc AM $= z$; l'arc Cycloïdal BN $=$ S; le temps par BN $= t$; le temps par AP $= \theta$.

Par la proprieté de la Cycloïde, Nn partie infiniment petite de la tangente au point N, estant parallele à la corde MR; on a, PR $(2a - x)$. MR $(\sqrt{4aa - 2ax})$ :: Fn (dx). Nn $= \frac{dx\sqrt{4aa - 2ax}}{2a - x}$; & divisant par $\sqrt{2a - x}$; Nn $= \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{2a - x}}$.

Mais on sçait que $\frac{Nn}{\sqrt{AP}} = dt$; on a donc $dt = \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{2a - x} \times \sqrt{x}} = \frac{dx\sqrt{2a}}{\sqrt{2ax - xx}}$; & multipliant par $\sqrt{2a}$; $dt = \frac{1}{\sqrt{2a}} \times \frac{2adx}{\sqrt{2ax - xx}}$. Donc $t = \frac{1}{\sqrt{2a}} \times \int \frac{2adx}{\sqrt{2ax - xx}}$. Mais par la nature du cercle $\int \frac{2adx}{\sqrt{2ax - xx}} = 2$AM $= 2z$; donc $t = \frac{2z}{\sqrt{2a}}$.

Mais on a $\theta = \frac{PA}{\frac{1}{2}\sqrt{AP}} = 2\sqrt{x}$; donc on a $t . \theta :: \frac{2z}{\sqrt{2a}} . 2\sqrt{x} :: z . \sqrt{2ax}$; c'est-à-dire comme l'arc AM a sa corde; & lorsque $x = 2a$, & $z = c$, on a, $t . \theta :: c . \sqrt{4aa} :: c . 2a$; ce qu'il falloit démontrer.

Autre maniere de trouver ce rapport.

Par la nature de la Cycloïde, $Nn\ (ds) = 2 \times \overline{MR - mR}$; c'est-à-dire que la difference de l'arc Cycloïdal est égale à deux fois la difference de la corde correspondante du cercle. Or $MR = \sqrt{4aa - 2ax}$; & sa difference prise negativement, (parce qu'icy MR diminüe quand AP augmente,) est $\frac{adx}{\sqrt{4aa-2ax}}$ donc $ds = \frac{2adx}{\sqrt{4aa-2ax}} = \frac{2adx}{\sqrt{2a} \times \sqrt{2a-x}}$. Or $dt = \frac{ds}{\sqrt{x}}$; donc $dt = \frac{2adx}{\sqrt{2a} \times \sqrt{2ax-xx}}$ comme auparavant; ce qui donne $t = \frac{2z}{\sqrt{2a}}$, &c.

COROLLAIRE.

Puis que par-tout on a $t = \frac{2z}{\sqrt{2a}}$, il s'ensuit 1° que dans une même Cicloïde le temps par differens arcs BN, est comme z, c'est à dire comme l'arc correspondant du cercle; 2°. Qu'en differentes Cicloïdes il est comme $\frac{z}{\sqrt{2a}}$; c'est à dire en raison droite de l'arc correspondant du cercle, & en raison reciproque du diametre, qui est l'axe de la Cicloïde.

Il y a long-temps que cet Ecrit est entre nos mains, & qu'il devoit estre mis dans le Journal: mais on n'a pû l'y mettre plûtôt. L'Auteur a eu quelque peine à consentir qu'on le donnât aprés ce qui vient de paroître sur le même sujet dans les nouveaux Memoires de l'Academie Royale des Sciences. On trouve en effet dans ces Memoires tout ce qui regarde les mouvemens curvilignes en general, & la chute par la Cycloïde en particulier, épuisé en peu de mots par M. Varignon, & demontré de la maniere du monde la plus élegante. Mais quoi que cet excellent Memoire ne laisse rien à desirer, on a crû qu'il restoit à celuy-cy au moins une sorte d'utilité, par rapport à ceux qui aiment ces matieres: c'est de leur donner le plaisir de voir comment par differentes routes, on est conduit aux mêmes veritez. Et en cela même il peut servir encore à faire connoître la bonté, & la fecondité du nouveau Calcul, qui ouvre ainsi d'ordinaire plusieurs

plusieurs voyes également abregées, commodes & sures, dans les sujets les plus composez & les plus difficiles, & à l'égard desquels les chemins marquez par les anciennes Methodes, sont ou fermez entierement, ou impratiquables, ou du moins extremement embarrassez & penibles.

JOANNIS DAVIDIS THOENNIKERI JUR. UTR. DOCtoris, Advocatus Prudens in Foro criminali, sive succincta instructio Advocati circa inculpati defensionem, qua imprimis haud raro malitiosi, malevoli & imperiti Judicis fraudes ac ineptias declinare & superare valebis : opusculum propter notabiles casus criminales, varias defensionum formulas, rara præjudicia, licitas cautelas, & solidas refutationes errorum intolerabilium nonnullorum criminalistarum, defensoribus inquisitorum in quacumque processus parte utilissimum, cum indice locupletissimo. Chemnitii, apud Conradum Stosselium. an. 1702. C'est à dire, *L'Avocat versé dans la pratique criminelle, ou Instruction succinte de l'Avocat concernant la défense des accusez, &c. Par Jean David Thonniker, Docteur és droits.* A Chemnitz, chez Conrad Stosselius, 1702. in 4. pagg. 288.

VOicy un Docteur qui s'érige un tribunal de son autorité privée, pour faire le procez aux Juges, qu'il accuse de malice, de prevention & d'ignorance, & qui nous fournit des moyens pour défendre l'innocence opprimée, & la delivrer de leur injustice. Il avertit toutefois ses lecteurs de ne pas croire qu'il ait eu dessein de décrier les Juges, ou d'avilir leur profession dans cet Ouvrage. C'est pour éloigner ce soupçon qu'il a mis à la teste de son Traité, un Chapitre de la dignité de l'Office du Juge ; & il déclare que son intention n'a esté que de condanner les abus. Aprés avoir ainsi mis à couvert l'honneur des Juges qui ont de la conscience & de la probité, il conseille aux Avocats d'avoir soin dans tous leurs plaidoyers, particulierement dans la défence d'un accusé, d'y éviter tout ce qui peut choquer les Juges, mais de se les rendre favorables, autant que le permet l'interest de sa partie : que s'il découvre neanmoins qu'un