Tout ce que les historiens avanceront de contraire, passera toujours dans l'esprit du P. Hardouin pour une fable.

Ce P. consulté par M de Ballonsfeaux sur l'inscription qui est au revers de la même Medaille : *Principi Juventutis* ; répond ; que ce Prince de la Jeunesse n'est pas Maxence, & que c'est Fl. Val. Constantin, creé Cesar en la cinquiéme année de cet Empereur. Il confirme sa réponse par ce qu'il dit dans sa Cronologie de l'ancien Testament, pour prouver que le Prince de la Jeunesse comandoit l'Infanterie Romaine.

Ces deux Curieux Antiquaires disent encore de fort belles choses sur une Medaille de Tetricus, & sur quelques autres.

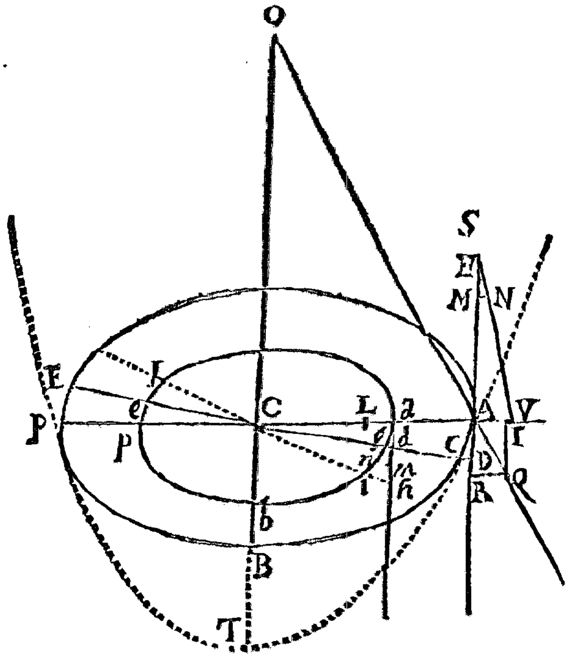
DEMONSTRATIONS DES XIII. THEOREMES DE *la force centrifuge proposez sans démonstration par M. Huguens de Zulichem, à la fin de son Traité de la Pendule, augmentez de ceux qui manquoient, & remis dans leur ordre naturel par M. Parent, D. L. R. D. S.*

AVERTISSEMENT.

La premiere Proposition est démontrée dans les Elemens de Mécanique & de Fisique liv. 3. chap. 5. quoi que le nom de vertu centrifuge, qui m'étoit encore inconu alors, n'y paroisse point. C'est pourquoi on n'en parlera pas ici davantage.

2. Proposition, qui est la 3. de M. Huguens.

SI l'on supose que le cors *a* ataché au centre c du cercle *abpe* circule en premier lieu avec une vitesse marquée par la tangente *ad* ; & en second lieu avec une vitesse exprimée par la tangente *ab*, (ces tangentes étant indefiniment petites ;) & qu'on meine les diametres ou secantes *dge*, *hil* jusques à la partie oposée du cercle en *e* & *l* ; les forces centrifuges du cors *a* dans ces deux supositions seront marquées par les excés *gd*, *ih*, des secantes sur les diametres. Or il est démontré dans les Elemens de la Geometrie comune, que les rectangles *gd de*, *ib bl*, ou simplement *gd ge* ; *ih il* (à cause que *gd*, *ih* sont des riens à l'égard de ge, il) sont égaux aux quarrez de ad, ab; donc $gd : ib :: ad^2 : ab^2$. c'est à dire que les forces centrifuges du cors a dans ces deux supositions seront entre elles come les quarrez de ses forces absolues. Il en sera de même de deux cors égaux.



3. Qui est la seconde de l'Auteur.

Si l'on supose un autre cors A égal au premier qui tourne autour du centre d'un autre cercle ABPE concentrique au precedent avec une vitesse égale à celle du cors a, & qui soit marquée par la tangente AD égale à ab, menant la secante DE qui rencontre ab en d, le cercle $abpe$ en g, & le cercle ABPE en G & E, & suposant que ad soit une seconde vitesse de a; on aura donc come ci-dessus : la premiere vitesse centrif de a marquée par hi, à sa seconde exprimée par gd, come ab^2 ou AD^2 à ad^2, ou come AC^2 à aC^2. Or par la premiere de l'auteur la vitesse centrifuge dg de a est à la centrifuge DG de A, come ad à AD; ou come aC à AC; donc la vitesse centrifuge hi de a, est la vitesse centrifuge DG de A, come AC^2 à aC^2, & en même tems come aC est à AC, c'est à dire reciproquement come AC est à aC.

La même proprieté aura donc encore lieu quand les cercles ABPE, $abpe$ n'auront pas même centre.

4. de l'Auteur.

Si l'on supose que les forces centrifuges DG & mn des cors A à a dans une autre suposition sont égales entre elles, am exprimant la vitesse absolue de a; on aura; come $\sqrt{nm}$ ou DG est à $\sqrt{dg}$, ainsi la racine du diametre ACP, à la racine du diametre acp; ainsi aussi ma est à da. Or ad étant prise pour une seconde vitesse de *a*, il parcoureroit son cercle avec cette vitesse en même tems que A le sien avec la vitesse AD. Or come *ma* est à *da*, ainsi reciproquement le tems de *a* pour parcourir son cercle avec *ad*, ou de A pour parcourir le sien avec AD au tems du cors *a* pour parcourir le même cercle *abpe* avec la vitesse *am*. Donc le tems de *a* pour parcourir son cercle avec la vitesse centrifuge *nm*, est au tems de A avec une même vitesse centrifuge DG directement come $\sqrt{acp}$ à $\sqrt{ACP}$.

5. de l'Auteur.

Soit un cors A qui tourne autour du centre C avec la vitesse qu'il auroit aquise en tombant verticalement de la hauteur du demi raion AL. soit le triangle AHV qui marque la chute accelerée & verticale du cors A, selon Galilee; & dont la bâse AV soit égale à une partie AG du circuit ABP du cercle prise indefiniment petite, pour qu'elle soit parcourue dans un instant. Soit aussi HMN le premier espace indefiniment petit parcouru pendant un instant HM, par le premier degré de la pesanteur du cors A; HA marquant tout le tems de sa chute par l'espace HAV, ou AL; on aura come le quarré du tems AH est au quarré du tems HM ou I, ainsi l'espace HAV à l'espace HMN; ou, $AH^2 : I :: \frac{1}{2}AHAV : \frac{1}{2}AG$ divisé par $AH \infty HMN \infty AG^2$ divisé par $AH\,AV \infty \frac{1}{4}AG^2$ divisé par $AL \infty AG^2$ divisé par $GE \infty GD$, par ce qui a été dit ci-devant. Or AG & GD étant parcouruës dans un même instant égal à HM, il faut que le poids du cors A & sa force centrifuge qui lui font parcourir un même espace HMN ou GD pendant un même instant, soient égales entre elles.

Remarquez que cette Proposition ne regarde immediatement que le premier degré des forces Centrifuges & de la Pesanteur, de même que la suivante.

6. Qui est la 13. de l'Auteur.

Le plan ABP étant suposé vertical, lors que le cors A aura parcouru le quart de cercle AB jusques à la verticale CB, il aura aquis en B la même vitesse que s'il étoit tombé par CB. Or s'il étoit tombé seulement par $\frac{1}{2}CB$, sa vitesse aquise convertie en horisontale, lui doneroit une force centrifuge égale à son poids (par la precedente.) Mais come le quarré de la vitesse aquise par $\frac{1}{2}CB$, est au quarré de la vitesse aquise par CB, ainsi $\frac{1}{2}CB$ est

est à CB; ainsi aussi la force centrifuge aquise par $\frac{1}{2}$CB, ou le poids du cors, à la centrifuge aquise par CB. Donc la force centrifuge aquise en B par le quart du cercle AB est double du poids du cors; c'est pourquoi, étant jointe en B à ce poids, le cors aura une force triple de son poids pour tirer en bas.

7. Qui manque dans l'Auteur.

Soit un cors A ataché au fil OA fixe en O, auquel cors A on ait doné la vitesse horisontale convenable pour décrire la circonference d'un cercle ABPA. Pour trouver cette vitesse soit AS la hauteur inconue d'où le cors tombant doit avoir en A cette vitesse desirée. Prolongez SAR & le raion CAI de la bâse du cône; & formez sur les prolongemens de OA, SA, CA le rectangle ARQI dont AQ soit la diagonale. Soit OC l'axe du cône à décrire par le fil OA. Il est évident qu'afin que le cors A décrive le cercle ABPA, sa pesanteur que j'exprime par AR; & sa force centrifuge AI acquise par SA doivent avoir leur force composée dans OAQ, marquée par AQ; ce qui donne l'analogie $OC \mid CA \parallel AR \mid RQ \propto AL \propto ACAR$ divisé par OC. Mais si on laisse tomber aussi le cors A de la hauteur de $AL \propto \frac{1}{2} AC$ sa vertu centrifuge sera égale à son poids ou à AR; & la vertu centrifuge aquise par LA est à celle qui est aquise par SA come le quarté de la vitesse absolue acquise par LA à celui de la vitesse absolue acquise par SA, c'est-à dire come AL à SA; ce qui donera: $\frac{1}{2} AC \mid AS \parallel AR \mid ACAR$ divisé par OC; & enfin $SA \propto \frac{1}{2} AC^2$ divisé par OC, ou simplement $SA \propto \frac{1}{2} AC$, lors que $OC \propto AC$.

8. qui manque.

Pour conoître presentement le tems que le cors employera à faire une ocillation conique, j'apelle T celui qu'il employeroit à tomber verticalement par un espace égal à 2OC. Or ce tems sera au tems par SA, come $\sqrt{2OC}$ à $\sqrt{SA}$, ce qui donera le tems par $SA \propto T\sqrt{SA}$ divisé par $\sqrt{2OC}$, qui est le même tems que le cors employeroit à parcourir le double de AS uniformement avec la vitesse aquise en A. Pour avoir donc le tems convenable à parcourir le cercle ABPA avec la même vitesse aquise par AS, on aura come $2AS \propto AC^2$ divisé par OC (par la precedente) est à ABPA ainsi $T\sqrt{AS}$ divisé par $\sqrt{2OC} \propto TAC$ divisé par 2OC, à ABPA T divisé par $2AC \propto ABPAT$ divisé par AP.

Corollaire 1. qui est la 7.

Il suit évidemment delà que toutes les ocillations coniques grandes ou petites qui auront une même hauteur OC seront isocrônes, par ce que le tems T sera toujours le même come le raport ABPA divisé par AP est toujours le même.

Corollaire 2. qui est la 8.

Il suit aussi que si les hauteurs des ocillations coniques sont diferentes entre elles, leurs tems seront entre eux come les racines de ces mêmes hauteurs; car le raport de ABPA à AP étant constant, les tems des ocillations coniques seront entre eux comme les T qui sont entre eux come les racines des hauteurs doubles des OC, & par consequent aussi come les racines des mêmes hauteurs OC.

Coroll. 3. qui est la 9.

Il est encore évident que si AC ∞ zero, AO sera ∞ OC, & le tems par 2 AO égal au tems par 2 OC ∞ T. On aura donc come le diametre d'un cercle est à sa circonference, ainsi le tems de la chute accelerée par 2 fois la longueur du fil au tems de la moindre ocillation conique.

Remarquez que l'auteur a tort d'égaler ce dernier tems à celui de deux ocillations laterales du même fil; car ces deux ocillations laterales sont isocrenes à 4 fois la chute accelerée par le double du fil. On auroit donc ABPA T divisé par AP ∞ 4 T, & ABPA ∞ 4 AP, ce qui est évidemment faux. Il fait la même faute dans sa 7 & dans sa 10. & même dans l'art. 30 de son Discours sur la pesanteur.

Scholie, Qui est la 6.

Si l'on supose que ATP soit la section par l'axe d'un Paraboloïde dont T est le somet, OCT son axe, ABPA un cercle retranché sur sa surface par un plan perpendiculaire à OT en quelque endroit que ce soit, & dont C soit le centre dans l'axe OCT; menant au point A une perpendiculaire AO à la surface du conoïde, laquelle rencontre l'axe en O; OC sera continuellement égale au demiparametre de la parabole ATP; c'est pourquoi si AO est un fil ataché en O, auquel soit ataché le cors A, qui soit obligé de décrire l'ocillation conique ABPA, elle s'achevera dans le tems de la chute par 2 fois OC, c'est à dire par la longueur du parametre de la parabole A T P, & toutes ses pareilles de même, grandes ou petites.

Il manque donc dans la Proposition de l'auteur deux conditions : la premiere, que le fil soit toujours perpendiculaire à la surface du conoïde ; la seconde, que ce soit toujours sous la hauteur verticale du demiparametre ; sans quoi il n'y a rien de déterminé.

9. Qui est l'onziéme.

Si l'on fait come 2 fois O C est à O A, ainsi le quarré du tems par 2 O C savoir T2 à T^2 O A divisé par 2 O C, ce 4. terme sera le quarré du tems de la chute verticale accelerée par O A, qui selon la Proposition doit être égal au quarré du tems de l'oscillation conique sous le raion C A, & la hauteur O C, qui est (suivant la Proposition 8.) T^2 A B P A2, divisé par 4 A C2, ce qui donera O A divisé par O C ∞ A B P A2, divisé par 2 A C2, come l'auteur le pretend.

10.

Le tems de la moindre ocillation conique du raion A C est égal à celui de la chute accelerée par la hauteur du diametre P A, multiplié par le raport de la circonference d'un cercle à son diametre (par la 8. & son coroll. 3.) & celui de l'ocillation conique du raion O A est égal au tems de la chute accelerée par 2 fois O C multiplié de même. Si donc ces 2 tems sont égaux, 2 fois O C sera égale à 2 fois A C, & par consequent aussi la pesanteur A R à la force centrifuge R Q.

II. *Qui est la 12.*

Si le cors A fait diferentes ocillations coniques sous une même hauteur verticale O G le raport de O G à A R qui marque sa pesanteur étant toujours le même, celui de O A avec A Q sera aussi toujours le même, & par consequent les diferentes longueurs du fil O A seront entre elles come les diferentes diagonales A Q qui marquent la force composée de la pesanteur A R & de la force centrif. A L avec laquelle force composée le fil O A tire directement

M. le M. de l'Hôpital a doné à l'Academie les demonstrations des mêmes propositions qu'il m'a fait l'honeur de me communiquer ; & je ne les ai donées que pour contenter le public de même que mes conjectures sur la Pesanteur & sur le Barometre.