place de celui-ci pour démontrer les Propositions précédentes de M. Hughens; il est aisé de voir aussi que tout ce que nous avons démontré dans ces Mémoires par le moyen d'un arc logarithmique pareil à ce dernier *ABC*, dont les abscisses *BL* qui expriment les tems ou les durées des chûtes, commencent à une ordonnée *BF* égale à la soûtangente correspondante *FO*; se pourra démontrer de même par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique.

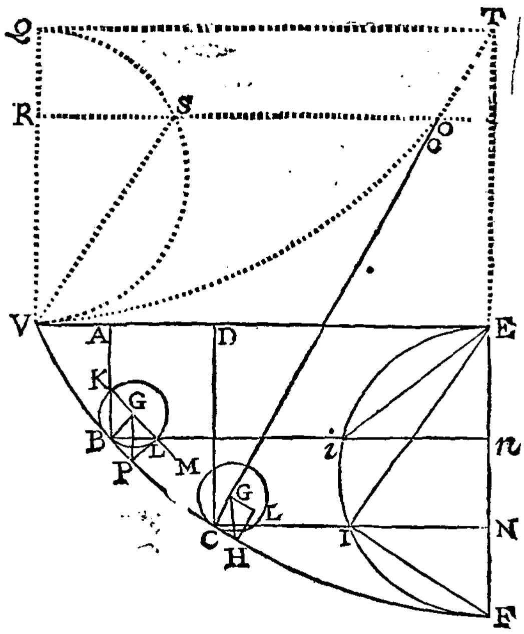
DU PLAN

Sur lequel un corps descendant fait sur chaque partie des impressions qui sont en raison réciproque des tems qu'il employe à les parcourir.

PAR M. PARENT.

1708. 12. Mai.

SOit le corps *G* posé sur la partie *B* ou *BP* du plan *BCF*, & supposé qu'une force *K* le choque selon la direction *KGM* parallele à la tangente en *B*, & que la vitesse qu'elle lui fait prendre soit, si l'on veut, la même que celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur verticale *AB*; il est manifeste par les proprietez connuës de la vertu centrifuge que cette vitesse acquise en *B* selon *KM*, jointe à celle que sa pesanteur lui fera encore acquerir en parcourant la Courbe *BCF*, lui donnera une force pour s'en approcher davantage, c'est-à-dire, pour la presser selon ses differentes perpendiculaires *GC* &c. & qu'à cause de cela je nomme force Curvipete. Mais de plus la cause de la pesanteur du corps *G* le pressant continuellement selon des verticales comme selon *GH*, & cette impression que je marque par *GH* étant divisée dans les deux *GC*, *GL*, dont la premiere est perpendiculaire, & la seconde parallele à la tangente au point *C* de cette



cette Courbe ; il eſt évident que la partie d'impreſſion marquée par *GC* ſe joindra continuellement à la vertu curvipete pour preſſer la Courbe en *C*. De ſorte que la partie *C* ſera preſſée de la ſomme de ces deux forces, ſçavoir de la vertu curvipete en *C*, & de la partie *GC* de la peſanteur relative du corps *G*. Il s'agit donc de trouver la nature du plan *BCF* ſur lequel ces deux forces conjointes doivent faire des impreſſions qui ſoient entr'elles en raiſon réciproque des tems pendant leſquels le corps *G* parcourt ſes differentes parties.

Mais auparavant il faut conſiderer que puiſque dans le Syſtême de Galilée de la chûte des corps dont nous nous ſervirons dans la ſuite, le corps *G* eſt ſuppoſé choqué par inſtants, & recevoir à chaque inſtant un nouveau degré de force ; ſi l'on prend ſur le plan *BCF* deux parties égales & indéfiniment petites *BP*, *CH*, le corps *G* ſéjournera d'autant plus long-tems ſur *BP* que ſur *CH*, que ſa viteſſe ſelon *BP* eſt moindre que ſelon *CH*. Il recevra donc d'autant plus de choqs de la cauſe de ſa peſanteur en parcourant *BP* qu'en paſſant par *CH*, que la viteſſe par *BP* eſt moindre que par *CH* ; ou menant la verticale *CD* ſur l'horizontale *AE*, d'autant que la racine de *BA* eſt moindre que la racine de *CD*. Le plan *BCF* doit donc être tel que l'impreſſion totale faite ſur *BP* soit d'autant moindre que l'impression totale faite sur *CH*, que *AB* est moindre que *CD*.

Mais si l'on suppose que le plan *BCF* est une cycloïde ordinaire qui rencontre l'horizontale *AE* en *V*, & dont *F* soit le sommet, la verticale *EF* le diametre de son cercle generateur *EIF*, que *CIN* soit une ordonnée quelconque à cette cycloïde rencontrant le cercle en *I*, & l'axe *EF* en *N*; & que l'on ait mené la corde *EI*, que *VOT* soit une autre cycloïde toute égale à la premiere rencontrant son axe *FE* prolongé en *T*, & dont la verticale *VRQ* égale à *EF*. soit aussi le diametre de son cercle generateur *VSQ* égale à *EIF*; & qu'enfin ayant pris l'arc *VS* sur le second cercle égal à l'arc *IE* du premier, on mene la perpendiculaire *RSO* sur *VQ* en *R* rencontrant en *O* la cycloïde *VOT*, & que l'on prolonge indéfiniment la perpendiculaire *CG* à la Courbe *VCF*, laquelle sera tangente à la seconde cycloïde *VOT*, comme en *o*, (ce que M. Hughens a démontré le premier dans son *Horologium ocillatorium*), & parallele à *IE*. Mais les arcs *VS*, *EI*, ayant été faits égaux, les cordes *VS* & *EI* seront paralleles, à cause des cercles égaux *VSQ*, *EIF*; donc aussi *Co*, *VS*, seront paralleles. Donc *O* & *o* ne seront qu'un même point. Or *CO* est toûjours égale à l'arc *VO*, & celui-ci toûjours double de la corde *VS*, selon le même auteur ci-dessus. Donc *CO* est toûjours double de *VS* ou de *EI*. Or, selon le même Auteur à la fin du même Livre, on a toûjours l'analogie (comme *CO* est au double de *CD* ou de *EN*) ; ainsi le poids *G* (consideré comme attaché un instant en *O* par un fil *GO*, & tournant à l'entour de *O* comme centre (a sa vertu centrifuge en *C*; ce qu'on trouve démontré dans le Journal des Sçavans du 23 May 1701, & dans notre second Journal. On aura donc aussi l'analogie (comme le double de *EI* est au double de *EN*, ou comme *EI* est à *EN*, ou encore comme *FE* est à *EI*); ainsi le poids *G* a sa vertu centrifuge en *C*. Donc *EF* marquant le poids *G*, les cordes *EI* perpendiculaires aux touchantes *CH* dans tous les points

C de la cycloïde, exprimeront ſes vertus curvipetes dans tous ces mêmes points.

Menant encore les cordes *IF*, on aura continuellement les triangles *GCH*, *EIF*, rectangles en *C* & *I* ſemblables à cauſe de leurs côtez paralleles ; ce qui donnera encore l'analogie (comme *GH* eſt à *GC*, c'eſt-à-dire comme le poids *G* eſt à ſon effort relatif en *C* contre la partie *CH* de la Courbe), ainſi *EF* eſt à *EI*. Donc *EF* exprimant encore le poids *G*, les cordes *EI* marqueront auſſi ſes efforts relatifs ſur toutes les parties de cette Courbe *BCF*, leſquels efforts dérivent immédiatement de ſon poids ; d'où il eſt évident que quand un corps tombe le long d'une cycloïde, ſa vertu curvipete & ſa peſanteur relative ſont égales pour tous les points de cette Courbe. Donc *EF* exprimant le poids *G*, le double de *EI* marquera tout ſon effort contre la partie *CH*.

Enfin ſi l'on mene encore la perpendiculaire *Bn* ſur l'axe *EF*, rencontrant le cercle *EIF* en *i*, avec la corde *Ei*, on aura donc tout l'effort de *G* ſur *BP* marqué par le double de ſa corde *Ei*. Donc tout l'effort ſur *BP* ſera à tout l'effort ſur *CH*, comme *Ei* à *EI*, c'eſt-à-dire, comme la racine du rectangle *nEF* à la racine du rectangle *NEF*, ou tout d'un coup comme la racine de *nE* à la racine de *NE*, ou plutôt comme la racine de *AB* à celle de *DC*, c'eſt-à-dire, comme la viteſſe en *B* eſt à la viteſſe en *C*. Donc enfin tout l'effort de *G* ſur *BP* ſera d'autant plus petit, que ſur *CH* du côté de la vertu curvipete & de ſa peſanteur relative enſemble, que le ſéjour ſur *BP* ſera plus grand que ſur *CH* ; ce qui étoit propoſé.

A l'égard de la methode par laquelle nous ſommes parvenus à cette découverte ; qui eſt celle du calcul integral, comme elle eſt maintenant dans les mains de tout le monde, nous avons negligé de la donner.