DEMONSTRATION

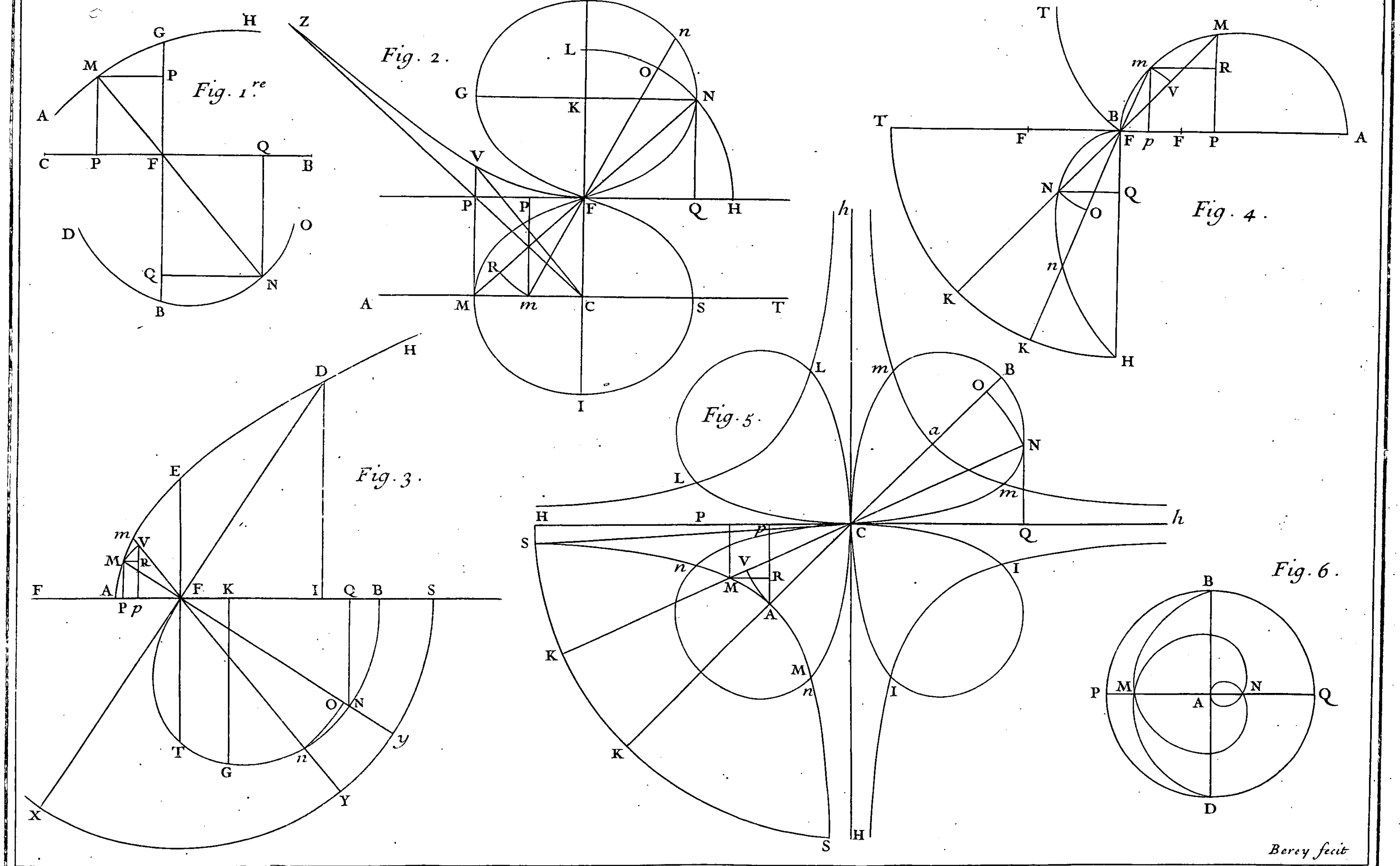
De ce que M. Hughens s'eſt contenté d'énoncer à la fin de ſon diſcours de la cauſe de la peſanteur, *touchant le mouvement des corps graves dans un milieu qui leur réſiſteroit à chaque inſtant en raiſon de leurs viteſſes.*

PAR M. VARIGNON.

1708. 13. Juin.

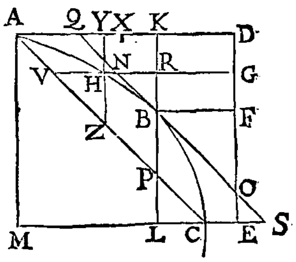
MOnſieur Hughens à la fin de ſon *diſcours de la cauſe de la peſanteur*, fait mention des découvertes qu'il a faites ſur le mouvement des corps graves à la maniere de Galilée, dans un milieu qui leur réſiſteroit en raiſon de leurs viteſſes actuelles, leſquelles dans un milieu ſans réſiſtance, tel qu'on ſuppoſe d'ordinaire le vuide, auroient été comme les tems écoulez des chûtes de ces corps en lignes droites, & comme les tems à écouler juſqu'à la fin de leur aſcenſion forcée ſuivant les mêmes lignes, ainſi que la peſanteur conſtante qu'on ſuppoſe cauſer ces viteſſes, l'auroit alors exigé. Mais M. Hughens s'étant contenté d'énoncer ſimplement ces decouvertes ſans ſe mettre en peine d'en donner la démonſtration, j'ai crû qu'on ſeroit bien aiſe de voir ici celle que j'en ai promiſe à la fin du Mémoire du 7. Mars dernier, pag. 154. La voici déduite du premier & du dernier des trois Problêmes contenus dans ce Memoire,* leſquels (pour abreger les citations qu'on en fera dans la ſuite) ſeront ſimplement appellez *Probl.* 1. & 3. Et pour ne rien omettre des Propoſitions de M. Hughens, nous allons ſuivre la liſte qu'il nous en a donnée, en nous ſervant de ſa Figure, qui eſt la premiere des deux ſuivantes, & de ſes propres termes, qui ſeront en Italique pour les diſtinguer des nôtres : les voici tirez des pag. 169 170. & 171. de ſon *diſcours de la cauſe de la peſanteur*.

* p. 118. & 136.



Berey fecit

I. *Dans la premiere ſuppoſition, où les réſiſtances ſont comme les viteſſes, je remarquai que pour trouver les eſpaces paſſez en de certains tems, lorſque les corps tombent ou montent perpendiculairement, & pour connoître les viteſſes au bout de ces tems, il y avoit une ligne courbe, que j'avois examinée long-tems auparavant, qui étoit de grand uſage en cette recherche. On la peut appeller la* Logarithmique *ou la* Logiſtique, *car je ne vois pas qu'on lui ait encore donné de nom, quoique d'autres l'ayent encore conſideré ci-devant. Cette ligne infinie étant* ABC, *elle a une ligne droite pour aſymptote, comme* DE; *dans laquelle ſi on prend des parties égales quelconques qui ſe ſuivent, comme* DG, GF, *& que l'on tire des points* D, G, F, *des perpendiculaires juſqu'à la Courbe, ſçavoir* DA, GH, FB, *ces lignes ſeront proportionnelles continuës.*



1°. On voit dans la Solution du Probl. 1. * que ſi après avoir pris *KD* égale à la ſoûtangente de la logarithmique *ABC*, laquelle ſoit rencontrée en *B* par *KL* parallele à ſon aſymptote *DE*, on prend ici *BL* pour le tems écoulé depuis le commencement de la chûte verticale du corps en queſtion; la logarithmique *ABC* (touchée en *B* par *QO* qui rencontre *AD*, *DE*, en *Q*, *O*), dont la ſoûtangente *FO* ſoit égale à l'ordonnée correſpondante *BF*, donnera ſon ordonnée interieure *LC* parallele à *AD*, pour la viteſſe de la chûte à la fin de ce tems *BL*, malgré les réſiſtances ſuppoſées, c'eſt-à-dire, les *LC* comme les viteſſes acquiſes à la fin des tems *BL* malgré ces réſiſtances. Et en prolongeant *QO*, *LC*, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en *S*, le Corol. 5. du Probl. 1. * donnera auſſi *CS* pour la hauteur parcouruë de haut en bas pendant le tems *BL* malgré les mêmes reſiſtances, c'eſt-à-dire, que ces hauteurs ſeront entr'elles comme les *CS* correſpondantes.

* p. 118. & 119.

* p. 121.

2°. On voit pareillement dans la Solution du Probl. 3. *

* pag. 126.

qu'en prenant de même KR pour le tems écoulé depuis le commencement de l'ascension du corps jetté verticalement de bas en haut d'une vitesse AK, laquelle dans un milieu sans résistance eût duré sans s'éteindre jusqu'à la fin d'un tems exprimé par $KP = AK$; la même logarithmique ABC donnera aussi HR pour la vitesse restante à la fin de ce tems KR. Et si l'on fait YZ par H, laquelle soit parallele à KP, & qui rencontre AD, AC, en Y, Z; le Corol. 7. de ce Probl. 3.* donnera aussi HZ pour la hauteur parcouruë de bas en haut pendant ce tems KR, malgré l'opposition des résistances du milieu supposé & de la pesanteur du corps ainsi jetté: c'est-à-dire, que les hauteurs ainsi parcouruës pendant les tems KR, seront ici entr'elles comme les HZ correspondantes; & à la parcouruë pendant tout le tems KB, à la fin duquel s'éteignent les vitesses HR restantes de la premiere AK de projection : : $HZ.BP$ (à cause des paralleles AC, QS, inclinées de 45. degrez sur AD, SM, KL,) : : $HZ.AQ$: : $HZ.CS$.

* p. 140. & 141.

Cela seul suffiroit pour faire voir combien M. Hughens a eu raison de dire ci-dessus que la logarithmique étoit *de grand usage dans cette recherche*: On le verra encore dans la suite, & dans plusieurs autres Corollaires des Problêmes 1. & 3.* Voici comment il continuë.

* p. 118. & 136. &c.

II. *Pour expliquer ce qui est des chûtes des corps, je repete ici premierement ce que j'ai écrit à la fin du Traité du centre d'agitation: sçavoir qu'un corps, en tombant à travers l'air, augmente continuellement sa vitesse, mais toutesfois ensorte qu'il n'en peut jamais exceder, ni même atteindre un certain degré.*

Cela se voit dans le Corol. 9. du Probl. 1.* On y voit, dis-je, que BF ou LE, c'est-à-dire que la vitesse qui seroit à l'acquise LC à la fin du tems BL, comme BF ou LE est à LC, est ce degré que le corps en tombant à travers l'air, ne sçauroit jamais atteindre, quoique ce degré ne soit que fini, & que les vitesses LC de ce corps, augmentant toûjours avec les tems BL, approchent continuellement

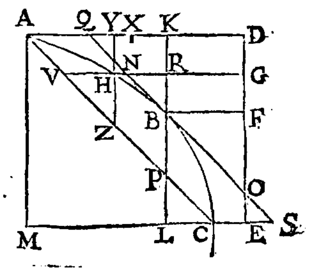
* p. 123.

de cette plus grande *LE*, ne pouvant jamais arriver jusqu'à lui être égales qu'après un tems infini, à cause de l'asymptote *DE*. Cela suit aussi du nomb. 1. de l'art. 1. Cette plus grande vitesse *LE* dans chaque corps, est appellée *vitesse terminale* par M. Hughens.

III. Il ajoûte que cette vitesse est celle *qu'il faudroit à l'air à souffler de bas en haut, pour tenir le corps suspendu sans pouvoir descendre ; car alors* (dit-il) *la force de l'air contre ce corps égale sa pesanteur.*

Cet endroit a besoin d'explication. Il est vrai qu'une force de bas en haut dans l'air, laquelle seroit égale à la pesanteur d'un autre corps au commencement de sa chûte, l'y tiendroit suspendu sans pouvoir descendre, cette force & cette pesanteur se trouvant alors en équilibre. Mais cette force de la quantité ou masse d'air qui agiroit contre ce corps, & la pesanteur de ce même corps, ne pouvant leur donner à chaque instant que des vitesses en raison réciproque de leurs masses, il faudroit que cette quantité ou masse d'air fût alors infiniment petite par rapport à celle de ce corps pour que la vitesse de cet air fût égale à la terminale de ce même corps, puisque cette vitesse terminale seroit infinie par rapport à ce que la pesanteur sans obstacle en pourroit donner à chaque instant à ce corps. Qu'on prenne sur cela tel parti qu'on voudra, & l'on verra presentement sans peine ce qu'on doit penser de cette proposition de M. Hughens. Voici comment il continuë.

IV. *Si donc un corps pesant est jetté perpendiculairement en haut, avec une vitesse dont la raison à la vitesse termenale soit donnée, par exemple, comme de la partie* AK *à* KD *dans l'ordonnée* AD, *perpendiculaire à l'asymptote* DE; *soit menée* KB *parallele à cette asymptote, & qu'au point* B *la Courbe soit touchée par la droite* BO, *qui rencontre* DE *en* O, *&* DA *en* Q. *Laquelle tangente se trouve en*



prenant FO, *depuis l'ordonnée* BF, *égale à une certaine longueur, qui pour toutes les tangentes est la même, & que je définirai dans la suite. Puis soit* AC *parallele à cette tangente, coupant* KB *prolongée en* P; *& du point* C, *où elle rencontre la Courbe, soit tirée* CLM *parallele à* AD, & *coupant* KB *prolongée, &* AM *parallele à l'asymptote, aux points* L *&* M.

* p. 118. 119. & 123.
1°. La Solut. du Probl. 1. & son Corol. 9.* font voir que *KD* égale à la soûtangente *FO*, y exprimeroit la plus grande vitesse que le corps pût acquerir en tombant malgré les resistances supposées. Ainsi pour y avoir *AK* à *KD*, comme la plus grande vitesse de projection de bas en haut, seroit à cette vitesse terminale, il faudroit les y prendre sur une ordonnée *AD* qui y pût fournir, c'est-à-dire, sur une ordonnée *AD* égale à la somme des lignes *AK*, *KD*, prises pour les expressions de ces vitesses; ce qui est toûjours aisé, quel que doive être le rapport de chaque *AK* à la même *KD*, la logarithmique ayant des ordonnées de toutes les longueurs imaginables.

2°. Puisque (*nomb.* 1.) $FO = KD = BF$, il est manifeste que *AC* parallele à *BO*, donnera aussi $KP = AK$, & qu'ainsi cette parallele *AC* passera par l'extremité *P* de la droite *KP* prise ci-dessus (*art.* 1. *nomb.* 2.) pour l'expression du tems que la vitesse *AK* de projection de bas en haut, eût duré sans s'éteindre dans un milieu sans resistance.

V. *Maintenant le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver: est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne* KB *à* BL.

* p. 148. & 149.
On voit dans le Corol. 18. du Probl. 3.* que la hauteur parcouruë malgré les resistances supposées du milieu & de la pesanteur, en montant pendant le tems *KB*, c'est-à-dire, jusqu'à l'entiere extinction de la vitesse *AK* de projection de bas en haut, est à ce que le même corps en doit parcourir malgré les résistances du milieu, en tombant en vertu de sa pesanteur pendant le tems *BL* : : *BP*. *CS*. Mais les triangles rectangles *BLS*, *PLC*, étant (*Const.*) isoscelles

isoscelles & semblables, rendent $BP = CS$. Donc les espaces ainsi parcourus en montant pendant le tems KB jusqu'à l'entiere extinction de la vitesse AK de projection, & en descendant pendant le tems BL, doivent être égaux entr'eux; & réciproquement si ces espaces sont égaux, les tems employez à les parcourir doivent être entr'eux :: KB. BL. Ainsi qu'il le falloit démontrer. Cela suit encore des nomb. 1. & 2. de l'art. 1.

VI. *Et le tems qu'il employe à monter à travers l'air, étant jetté comme il a été dit, est au tems qu'il employeroit sans rencontrer de résistance, comme* KB *à* KP.

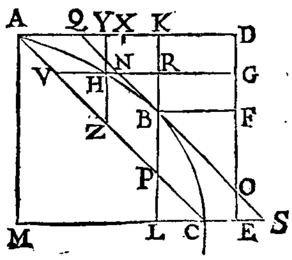
Cela se voit démontré dans le Corol. 5. * du Probl. 3. *p. 140.
Il suit encore du nomb. 2. de l'art. 1. dans lequel KP a été prise pour le tems que dureroit dans un milieu sans résistance l'ascension droite du corps jetté verticalement en haut de la vitesse AK jusqu'à son entiere extinction; & où KB est aussi le tems que cette même vitesse dureroit jusqu'à son entiere extinction dans un milieu résistant de la maniere qu'on le suppose ici.

VII. *Et la hauteur à laquelle il montera dans l'air, à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace* ABK *au triangle* APK.

On voit dans le Corol. 11.* du Probl. 3. que le premier de ces espaces seroit au second :: $FO \times BP$. $\frac{KP \times KP}{2}$ (*Cor.* 7.* *Probl.* 3.) :: *ABK*. *APK*. *Ce qu'il falloit démontrer.* *p. 142. & 143. *p. 141. & 142.

Mais sans se mettre en peine des valeurs $FO \times BP$, $\frac{KP\ KP}{2}$ des aires ABK, APK, il suffit de considérer que leurs ordonnées RH, RV, expriment les vitesses restantes à la fin des tems KR : sçavoir RH, les restantes * jusqu'à zero en B dans le milieu résistant; & RV, les restantes * jusqu'à zero en P dans le milieu non résistant. Car alors voyant la somme des RH à la somme des RV, comme la somme des vitesses restantes

* Corol. 5. p. 140.
* hyp.



jusqu'à zero en B, à la somme des restantes jusqu'à zero en P ; on verra conséquemment aussi que l'aire logarithmique ABK doit être au triangle APK, comme la premiere de ces sommes de vitesses à la seconde, c'est-à-dire, comme la hauteur à laquelle le corps jetté montera dans l'air, est à celle où il monteroit dans un milieu sans résistance ; puisque suivant le Lem. 2. qui (*pag.* 117. *du Mem. du* 7. *Mars dernier*) précéde les deux Problêmes citez jusqu'ici, les espaces parcourus sont toûjours en général comme les sommes des vitesses en vertu desquelles ils ont été parcourus.

VIII. *Ou comme* QA *à* AX, *que je suppose être la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes* DK, KA.

* p. 142. & 143. Cela se trouve encore démontré dans le Corol. 11.* du Probl. 3. ce Corollaire faisant aussi voir que la premiere des hauteurs en question seroit ici à la seconde : : $BP.AX$ (à cause de $QA = BP$) : : $QA.AX$.

Ce raport se tire de celui du précédent art. 7. où la premiere de ces hauteurs se trouve à la seconde : : $FC \times BP. \frac{KP \times KP}{2}$: : $BP. \frac{KP \times KP}{2\,FO}$: : $QA. \frac{AK \times AK}{2KD}$ (à cause de l'hypothêse qu'on fait ici de $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$) : : $QA.AX$.

IX. *Et sa vitesse en commençant de monter, à celle qu'il a en retombant à terre, comme* ML *à* LC.

Suivant les nomb. 1. & 2. de l'art. 1. l'un & l'autre de ces deux mouvemens se faisant das un milieu résistant en raison des vitesses, dont la premiere d'ascension est $AK = ML$, & la derniere de chûte est LC ; ces deux vitesses seront effectivement entr'elles : : $ML.LC$.

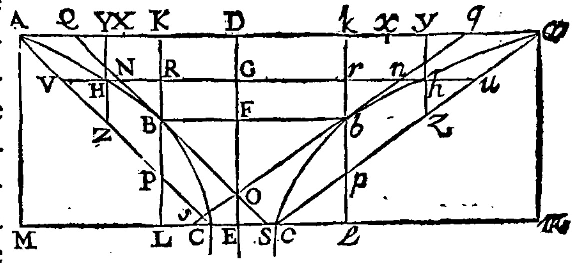
AVERTISSEMENT.

De tout ce que M. Hughens a ici avancé sans démonstration, il ne reste plus que la Courbe de projection faite dans un milieu résistant comme ci-dessus : Nous démontrerons aussi la construction qu'il en a donnée lorsque nous la construirons à notre maniere. Mais auparavant voici comment les propositions précédentes de cet Auteur, pourroient encore se démontrer par le moyen d'arcs tous differens d'une même logarithmique.

REMARQUE.

Pour démontrer encore les précédentes Propositions de M. Hughens par le moyen d'un arc quelconque, autre que le précédent, de la même logarithmique aussi quelconque.

L'usage immédiat qu'on vient de faire des Probl. 1. 3. & du Mem. du 7. Mars dernier, pag. 118. & 136. nous a fait employer ici un arc logarithmique *ABC* d'une soûtangente *FO*=*FB*=*DK*. Mais cela n'est pas nécessaire, tout autre raport de la soûtangente *FO* à l'ordonnée correspondante *BF* de la logarithmique, pouvant servir de même à démontrer les Propositions précédentes de M. Hughens.



X. Pour le voir soit presentement cette soûtangente *FO* en telle raison qu'on voudra à *Fb* ou à *Dk*, & le reste en petites lettres à droite de *DE*, comme il est à gauche en grandes lettres de même nom dans la Figure précédente, dont les ordonnées *HG*, *BF*, *CE*, soient prolongées par-delà *DE*, & que voici repetée avec tel autre arc *abc* de la même logarithmique que *ABC*, sur la même asymptote *DE*, & qui rencontre en *a*, *h*, *b*, *c*, les droites *AD*, *HG*, *BF*, *CE*, prolongées jusqu'à lui. Soient par *a*, *b*, les droites *am*, *kl*, paralleleles à *DE*, & qui rencontrent en *m*, *l*, l'ordonnée *MC* prolongée de ce côté-là, la seconde *kl* rencontrant aussi *HG* prolongée en *r*. Après avoir fait *qO* tangente en *b* de l'arc logarithmique *abc*, & qui rencontre *AD*, *HG*, *DE*, *ME*, en *q*, *n*, *O*, *s*; soit *ac* parallele à cette touchante *qO*, & qui rencontre les droites *aD*, *yz*, *kp*, en *a*, *z*, *p*.

XI. Cela fait, l'abſciſſe *DF* commune aux deux ordonnées *FB*, *Fb*, rendra *AD*. *aD* : : *BF*. *bF* : : *KD*. *kD*. ou *AD*. *KD* : : *aD*. *kD*. ou bien auſſi *AK*. *KD* : : *ak*. *kD*. Ainſi *aD* ſera ici diviſée au point *k* en raiſon de la viteſſe de projection (de bas en haut) à la viteſſe terminale du corps jetté, comme *AD* l'eſt (*art*. 4.) au point *K*.

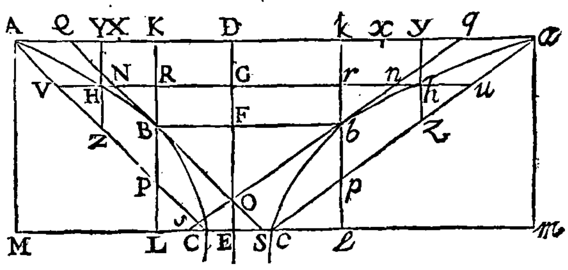
La penultiéme Analogie donnera auſſi *AD*. *AK* : : *aD*. *ak*. ou *AD*. *aD* : : *AK*. *ak*.

XII. L'on aura de même *AD*. *aD* : : *HG*. *hG* : : *YD*. *yD*. ou *AD*. *YD* : : *aD*. *yD*. ou bien auſſi *AD*. *AY* : : *aD*. *ay*. & delà *AD*. *aD* : : *AY*. *ay*. Donc (*art*. 11.) *AK*. *ak* : : *AY*. *ay*. ou *AK*. *AY* : : *ak*. *ay*. Mais les triangles ſemblables *AKP*, *AYZ*, rendent *AK*. *AY* : : *KP*. *YZ*. Et les ſemblables *akp*, *ayz*, rendent de même *ak*. *ay* : : *kp*. *yz*. Donc *KP*. *YZ* : : *kp*. *yz*. ou *KP*. *kp* : : *YZ*. *yz*.

XIII. Or les triangles (*Conſt*.) ſemblables *akp*, *bFO*, donnant *kp*. *ak* : : *FO*. *bF* (*art*. 1. *nomb*. 1.) : : *BF*. *bF* : : *AD*. *aD* (*art*. 11.) : : *AK*. *ak* (*art*. 1. *nomb*. 1.) : : *KP*. *ak*. l'on aura *KP* = *kp*. Donc auſſi (*art*. 12.) *YZ* = *yz*. Par conſéquent ayant (*Conſtr*.) *KB* = *kb*, & *YH* = *yh*; l'on aura non-ſeulement *BP* = *bp*; mais auſſi par tout *HZ* = *hz* correſpondantes : c'eſt-à-dire, que les *HZ*, *hz*, correſpondantes, compriſes entre les arcs logarithmiques *ABC*, *abc*, & les droites *AC*, *ac*, prolongées à l'infini du côté de *C*, *c*, & paralleles aux tangentes *QO*, *qO*, aux points *B*, *b*, de ces arcs, feront pareillement ici égales entr'elles. D'où l'on voit que l'anéantiſſement de *HZ* ſe faiſant en *C* ſur *ME*, celui de *hz* ſe doit auſſi faire ſur *ME* prolongée du côté de *m*; ainſi le point *c* de rencontre de la droite *ac* avec l'arc logarithmique *abc*, doit pareillement être ſur *ME* prolongée de ce côté-là.

Il eſt viſible que par-delà *C*, *c*, les *HZ*, *hz*, correſpondantes ſeroient exterieures d'interieures qu'elles ſont ici par rapport aux arcs logarithmiques *ABC*, *abc*; il n'y a qu'à les tracer, & à y appliquer le raiſonnement précédent, pour en avoir auſſi l'égalité entr'elles : on ne les a point marquées ici de peur de multiplier inutilement le nombre des Figures, ou de trop charger celle-ci.

XIV. Puisque (*art.* 12.) $AK. AY :: ak. ay.$ l'on aura aussi $AK. YK :: ak. yk.$ ou $AK. ak :: YK. yk :: HR. hr.$ Mais les triangles semblables AKP, VRP ; & akp, urp, donnent $AK. VR :: KP. RP$ (*art.* 13.) $:: kp. rp :: ak. ur.$ ou $AK. ak :: VR. ur.$ Donc $HR. hr :: VR. ur.$ Et par tout de même sur les abscisses égales KR, kr, des longueurs (*art.* 13.) égales KB, kb ; & KP, kp. Donc aussi les sommes correspondantes de ces ordonnées seront proportionelles entr'elles : c'est-à-dire, les aires $AHRK. ahrk ::$ $AVRK. aurk.$ ou $AHRK. AVRK :: ahrk. aurk.$ Et conséquemment aussi les aires $ABK. APK :: abk. apk.$



XV. Il est pareillement visible que $LE. lE :: BF. bF$ (à cause de l'abscisse commune FE) $:: CE. cE.$ ou LE $CE :: lE. cE.$ Donc $LC. CE :: lc. cE.$ ou $LC. lc :: CE. cE$ (à cause de l'abscisse commune DE) $:: AD. aD$ (*art.* 13.) $:: AK. ak.$ (*art.* 14.) $:: HR. hr.$ Par conséquent la raison des ordonnées correspondantes $LC. lc :: HR. hr.$ sera par tout ici la même.

XVI. Puisque (*art.* 11.) $AD. AK :: aD. ak.$ l'on aura pareillement $KD. AK :: kD. ak.$ ou $\frac{AK}{KD} = \frac{ak}{kD}$, ou bien aussi $\frac{AK}{2KD} = \frac{ak}{2kD}$. Mais le parallelisme supposé de AP avec QB, & de ap avec qb, donne $AQ. AK :: BP. KP$ (*art.* 13.) $:: bp. kp :: aq. ak.$ c'est-à-dire, $AQ. AK :: aq. ak.$ Donc en multipliant les deux conséquens de cette analogie par les termes correspondantes de la seconde des deux égalitez précédentes, l'on aura $AQ. \frac{AK \times AK}{2KD} :: aq. \frac{ak \times ak}{2kD}$. Par conséquent en prenant ici $ax = \frac{ak \times ak}{2kD}$, comme l'on a pris $AX = \frac{AK \times AK}{2KD}$ dans l'art. 8. l'on aura ici $AQ . AX :: aq . ax$.

USAGE.

De la Remarque précédente pour démontrer encore les Propositions de M. Hughens par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique que celui qui y a servi avant cette Remarque.

XVII. Puisque (*art.* 11.) $ak . kD :: AK . KD$. c'est-à-dire, (*art.* 4.) comme la vitesse de projection de bas en haut, est à la vitesse terminale du corps jetté ; si l'on prend ak pour cette vitesse de projection de bas en haut, l'on aura aussi kD pour la vitesse terminale de ce corps, de même qu'en prenant (*art.* 4.) AK pour la premiere de ces vitesses, l'on a eu KD pour la seconde.

XVIII. Puisque (*art.* 15.) $LC . lc :: CE . cE :: LE . lE$. ou $LC . LE :: lc . lE$. Et que (*art.* 2.) suivant le Cor. 9. du Prob. 1. pag. 123. ci-devant, LC est à LE comme la vitesse acquise pendant le tems BL en vertu de la pesanteur constante du mobile, malgré les résistances supposées, est à sa vitesse terminale; l'on aura aussi lc à lE, comme cette vitesse acquise pendant le tems bl, est à cette terminale. D'où l'on voit encore par le moyen de l'arc logarithmique abc ce que l'on a déja vû (*art.* 2.) par le moyen de l'autre ABC, *qu'un corps en tombant à travers l'air* (qu'on suppose lui résister en raison de ses vitesses) *augmente continuellement sa vitesse* (lc), *mais toutefois ensorte qu'il n'en peut jamais exceder, ni même atteindre un certain degré* (lE).

Ce qui est la proposition de M. Hughens, déja démontrée dans l'art. 2.

XIX. En supposant (comme l'on fait par-tout ici) le mobile de pesanteur constante, & les résistances du milieu qu'il traverse, en raison de ses vitesses on a vû dans l'art. 5. que *le tems que le corps met à monter à la hauteur où il peut arriver, est au tems de sa descente de cette même hauteur, comme la ligne* KB *à* BL C'est donc aussi (*Const.*) comme kb à bl.

XX. On a pareillement vû dans l'art. *6.* que *le tems qu'il emploïe à monter à travers l'air, étant jetté* (en ligne droite de bas en haut (*comme il a été dit, est au tems qu'il emploïeroit sans rencontrer de résistance, comme* KB à KP. Mais (*Constr.*) *KB*=*kb*, & (*art.* 13.) *KP*=*kp*. Donc le premier de ces tems est aussi au second, comme *kb* à *kp*.

XXI. Suivant l'art. *7. la hauteur à laquelle ce corps montera dans l'air, est à celle où il monteroit sans résistance, comme l'espace* ABK *au triangle* APK. Mais (*art.* 14.) les aires *abk*. *apk* : : *ABK*. *APK*. Donc aussi la premiere de ces hauteurs est à la seconde, comme l'espace *abk* au triangle *apk*.

XXII. L'art. 8. fait voir que la premiere de ces hauteurs seroit aussi à la seconde, *comme* QA *à* AX *supposée être la moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes*.DK, KA. Mais en supposant de même *a x* moitié d'une troisiéme proportionelle aux lignes *Dk*, *ka*, l'art. *16.* donne *qa*. *ax* : : *QA*. *AX*. Donc la premiere des hauteurs en question, seroit pareillement à la seconde, comme *q a* à *a x*.

XXIII. Enfin dans l'art. *9.* on a vû que *la vitesse du mobile en commençant de monter, est à celle qu'il a en retombant à terre; comme* ML *à* LC. Mais à cause de *ml*. *lE* : : *ak*. *kD* (*art.* 16.) : : *AK*. *KD* : : *ML*. *LE*. ou *ml*. *ML* : : *El*. *LE* (*art.* 15.) : : *lc*. *LC*. l'on aura *ml*. *lc* : : *ML*. *LC*. Donc la premiere de ces vitesses sera de même à la seconde, comme *ml*. à *lc*.

Voilà donc encore les Propositions de M. Hughens, raportées avant la Remarque précédente, démontrées par le moyen de l'arc logarithmique *abc*, comme elles l'ont été là par le moyen de l'autre arc *ABC* de la même logarithmique, quelque raport qu'il y ait de *Fb* à *FO*, ainsi qu'il le falloit encore démontrer.

AVIS.

De la maniere dont on voit ici qu'un arc quelconque *abc*. de la même logarithmique que *ABC*, peut servir à la place de celui-ci pour démontrer les Propositions précédentes de M. Hughens; il est aisé de voir aussi que tout ce que nous avons démontré dans ces Mémoires par le moyen d'un arc logarithmique pareil à ce dernier *ABC*, dont les abscisses *BL* qui expriment les tems ou les durées des chûtes, commencent à une ordonnée *BF* égale à la soûtangente correspondante *FO*; se pourra démontrer de même par le moyen de tout autre arc de la même logarithmique.

DU PLAN

Sur lequel un corps descendant fait sur chaque partie des impressions qui sont en raison réciproque des tems qu'il employe à les parcourir.

PAR M. PARENT.

1708. 12. Mai.

SOit le corps *G* posé sur la partie *B* ou *BP* du plan *BCF*, & supposé qu'une force *K* le choque selon la direction *KGM* parallele à la tangente en *B*, & que la vitesse qu'elle lui fait prendre soit, si l'on veut, la même que celle qu'il auroit acquise en tombant de la hauteur verticale *AB*; il est manifeste par les proprietez connuës de la vertu centrifuge que cette vitesse acquise en *B* selon *KM*, jointe à celle que sa pesanteur lui fera encore acquerir en parcourant la Courbe *BCF*, lui donnera une force pour s'en approcher davantage, c'est-à-dire, pour la presser selon ses differentes perpendiculaires *GC* &c. & qu'à cause de cela je nomme force Curvipete. Mais de plus la cause de la pesanteur du corps *G* le pressant continuellement selon des verticales comme selon *GH*, & cette impression que je marque par *GH* étant divisée dans les deux *GC*, *GL*, dont la premiere est perpendiculaire, & la seconde parallele à la tangente au point *C* de cette