



**MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ**  
*Royale des Sciences établie par le Roy à  
 Montpellier en 1706, étant obligés par  
 l'Art. 40 de leurs Statuts d'envoyer tous  
 les ans à l'Académie Royale des Sciences  
 celui de leurs Ouvrages de l'année, qu'ils  
 en jugeroient le plus digne, pour être im-  
 primé avec les Mémoires de cette Aca-  
 démie, ils ont commencé à satisfaire à cet-  
 te obligation, & ont envoyé l'Ouvrage  
 qui suit.*

### ANALOGIES

*Pour les Angles faits au centre des Cadran Solaires, tant  
 horizontaux, verticaux, que declinans inclinés, dé-  
 montrés par l'Analyse des triangles rectilignes.*

PAR M. DE CLAPIÈS

*De la Société Royale des Sciences.*

**L**A description des Cadran Solaires n'étant qu'une  
 projection des grands cercles de la Sphere sur une  
 surface plane sur laquelle ces cercles sont représentés par  
 des lignes droites, il paroît plus naturel de trouver les  
 angles que ces lignes forment sur le plan du Cadran par  
 la Trigonometrie rectiligne, que de chercher ceux que  
 les cercles font dans le Ciel par la Trigonometrie spher-

rique dont les principes sont plus composées, & qui par conséquent est plus communément ignorée.

Dans cette pensée ayant médité pendant quelque tems sur la recherche de ces Angles, j'en ay trouvé la methode non seulement tres-facile, mais encore plus generale, puisqu'on peut par la même projection & par les mêmes principes donner la solution des Problèmes du premier mobile, pour lesquels la Trigonometrie spherique est employée.

Comme mon dessein n'est pas de donner un Traité complet de Gnomonique, mais seulement les analogies avec leurs démonstrations des Angles faits au centre des Cadrans par la ligne de midy & les lignes horaires; je dois supposer que ceux qui liront ce Memoire sçachent tracer les Cadrans Solaires par la methode ordinaire des Centres diviseurs, & qu'ils soient d'ailleurs versés dans la Trigonometrie rectiligne.

#### DU CADRAN HORIZONTAL.

*L'élevation du pole du lieu étant donnée, trouver les Angles faits au centre du Cadran horizontal par la meridienne & les lignes horaires.*

#### ANALOGIE.

Comme le sinus total  
 au sinus de l'élevation du pole du lieu;  
 Ainsi la tangente de la distance du Soleil au meridien  
 pour l'heure cherchée  
 à la tangente de l'angle requis.

#### DEMONSTRATION.

Fig. I.

Si l'on prend  $AC$  pour sinus total dans le triangle rectangle  $ABC$ ,  $BC$  deviendra sinus de l'angle  $CAB$  elevation du pole du lieu; & dans le triangle rectangle  $ACE$ ,  $FC$  sera tangente de l'angle  $FAC$ , fait par la meridienne  $AC$  & par la ligne horaire  $AF$ . Donc dans le trian-

gle rectangle  $FCD$ , puisque  $CD = CB$  par construction, & que l'angle  $FDC$  distance du Soleil au méridien est aussi donné, on trouvera le côté  $FC$  par cette Analogie.

Comme le sinus total  
 au côté  $DC$  sinus de l'élevation du pôle;  
 Ainsi la tangente de l'angle  $FDC$  dist. du Sol. au mérid.  
 au côté  $FC$  tangente de l'angle  $FAC$ .

### DU CADRAN VERTICAL, MERIDIONAL ET SEPTENTRIONAL.

Ces Cadran ne different du Cadran horizontal, qu'en FIG. I. ce que l'angle  $CAB$  est égal au complément de l'élevation du pôle du lieu. On fera donc la même Analogie que du Cadran horizontal, en mettant au second terme le complément de l'élevation du pôle du lieu.

### DES CADRANS VERTICAUX DECLINANS.

#### PROBLEME I.

*La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu; trouver l'angle fait au centre du Cadran par la méridienne & la soustylaire.*

#### ANALOGIE.

Comme le sinus total  
 à la tangente du compl. de la hauteur du pôle du lieu;  
 Ainsi le sinus de la déclinaison du plan  
 à la tangente de l'angle requis.

#### DEMONSTRATION.

Si l'on prend  $AG$  pour sinus total dans le triangle re- FIG. II. ctangle  $AGH$ ,  $HG$  deviendra tangente de l'angle  $HAG$  complément de l'élevation du pôle du lieu; & dans le triangle rectangle  $AGD$ ,  $GD$  sera tangente de l'angle  $GAD$  fait par la ligne de midy  $AG$  & par la soustylaire  $AD$ ; mais  $HG = GF$  par construction. Donc dans le

Cccc ij

triangle rectangle  $GDF$ , le côté  $GF$  & l'angle  $GFD$  de la déclinaison du plan étant donné, on trouvera le côté  $GD$  par cette Analogie.

Comme le sinus total  
 au côté  $GF$  tangente du compl. de l'élevat. du pôle ;  
 Ainsi le sinus de l'angle  $GFD$  déclinaison du plan  
 au côté  $GD$  tangente de l'angle  $GAD$  requis.

## PROBLEME II.

*La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu ; trouver l'angle fait au centre du Cadran vertical declinant par la soustylaire & l'axe.*

## ANALOGIE.

Comme le sinus total  
 au sinus du complément de l'élevation du pôle ;  
 Ainsi le sinus du complément de la déclinaison du plan  
 au sinus de l'angle requis.

## DEMONSTRATION.

Si l'on prend  $AB$  pour sinus total dans le triangle rectangle  $ADB$ ,  $BD$  sera sinus de l'angle  $DAB$  fait par la soustylaire  $AD$  & l'axe  $AB$  ; & parceque  $AB = AH$  comme distances des centres diviseurs  $H$ , &  $B$  au centre  $A$  du Cadran, & que l'angle  $HAG$  est égal au complément de l'élevation du pôle,  $HG$  deviendra sinus de cet angle par rapport à un même rayon. Mais  $GH = GF$ , &  $ED = DB$  par construction. Donc si dans le triangle rectangle  $GDF$  dans lequel l'angle de la déclinaison  $GFD$  est aussi connu, on trouve le côté  $DF$ , on aura le sinus de l'angle  $DAB$  de la soustylaire & l'axe, & ce côté est trouvé par cette Analogie.

FIG. II:

Comme le sinus total  
 au côté  $GF$  sinus du compl. de l'élevation du pôle ;  
 Ainsi le sinus de l'angle  $DGF$  complément de la déclinaison du plan  
 au côté  $DF$  ou à son égal  $DB$  sinus de l'angle  $DAB$  requis.

## PROBLEME III.

La déclinaison du plan étant donnée, & l'élevation du pôle du lieu ; trouver la différence des longitudes , c'est à dire l'arc de l'équateur compris entre le méridien du lieu , & le méridien du plan.

## ANALOGIE.

Comme le sinus total  
au sinus de la hauteur du pôle du lieu ;  
Ainsi la tangente du complément de la déclinaison du plan  
à la tangente du complém. de la differ. des longitudes.

## DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle  $HGN$ , l'angle  $GHN$  étant égal au complément de l'élevation du pôle , si l'on prend  $HG$  pour sinus total ,  $HN$  deviendra sécante du complément de l'élevation du pôle ; mais  $HN = NM$  comme distances des centres diviseurs  $H$  &  $M$  au point  $N$ . Donc  $NM$  sera connu ; & dans le triangle rectangle  $GFP$ , parce que  $HG = GF$ , par construction ,  $FP$  sera tangente de l'angle  $PGF$  complément de l'angle  $GFD$  déclinaison du plan ; mais  $FP = MP$  comme distances des centres diviseurs  $F$ , &  $M$  au point  $P$  qui est le point de 6 heures. Donc  $PM$  sera aussi connu par rapport au même rayon.

FIG. II.

Donc dans le triangle rectangle  $NMP$ , les côtés  $NM$ ,  $MP$  étant connus , on trouvera l'angle  $PNM$  par cette Analogie.

FIG. I R.

Comme  $NM$  sécante du complém. de l'élev. du pôle  
au sinus total ;

Ainsi  $FP$  ou  $MP$  tangente de l'angle  $PGF$  complément de la déclinaison du plan

à la tangente de l'angle  $PNM$ , dont le complément donnera l'angle  $NPM$ , ou son égal  $NMC$ , mesure de l'arc représenté par la ligne  $CN$  différence de longitudes.

Et si à la place des deux premiers termes de cette Analogie, on substitué le sinus total & le sinus de la hauteur

du pole qui font en même raison, on aura la premiere Analogie qui étoit à démontrer.

On peut aussi trouver cet angle par l'Analogie suivante.

PROBLEME IV.

*L'angle de la soustylaire & de la ligne de midy étant donné, & l'angle de la soustylaire & l'axe; trouver l'angle de la difference des longitudes.*

ANALOGIE.

Comme le sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe trouvé par le Probleme 2.

au sinus total;

Ainsi la tangente de l'angle de la soustylaire & meridienne trouvée par le Probleme 1.

à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

FIG. III. Dans les triangles rectangles  $ACN$ ,  $ABC$ , si l'on prend le côté commun  $AC$  pour rayon, le côté  $CN$  sera tangente de l'angle  $NAC$  fait par la meridienne  $AN$  & la soustylaire  $AC$ , & le côté  $BC$  sera sinus de l'angle  $CAB$  fait par la soustylaire  $AC$  & par l'axe  $AB$ : mais  $BC = CM$ , par construction. Donc dans le triangle rectangle  $NMC$  les côtés  $NC$ ,  $CM$  étant connus, on connoitra l'angle  $NMC$  par l'Analogie cy-dessus tirée de la Trigonometrie rectiligne.

PROBLEME V.

*L'angle de l'axe avec la soustylaire étant donné, & l'angle de la difference des longitudes; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la soustylaire & les lignes horaires.*

Il y a trois cas dans ce Probleme. Les lignes horaires dont on cherche les angles peuvent être, 1°. Ou entre la meridienne & la soustylaire, 2°. Ou en delà de la soustylaire. 3°. Ou du côté de la meridienne où la soustylaire n'est pas.

Dans les deux premiers cas on prendra la différence de la distance du Soleil au, meridien pour l'heure & de l'angle de la différence des longitudes trouvé par le Probleme 3. & dans le troisieme on prendra la somme de ces deux angles, & l'on fera cette Analogie. FIG. III.

Comme le sinus total  
 au sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire;  
 Ainsi la tangente de la différence ou de la somme de  
 ces deux angles  
 à la tangente de l'angle requis.

## DEMONSTRATION.

Dans le premier cas si de l'angle  $NMC$  différence des longitudes, on ôte l'angle  $NMP$  distance du Soleil au meridien pour l'heure, restera l'angle  $PMC$ .

Dans le second cas si de l'angle  $NMQ$  distance du Soleil au meridien pour l'heure, on ôte l'angle  $NMC$  différence des longitudes, restera l'angle  $CMQ$ .

Et dans le troisieme si à l'angle  $NMC$  différence des longitudes, on ajoute l'angle  $NMO$  distance du Soleil au meridien pour l'heure, la somme donnera l'angle  $CMO$ .

Dans les trois cas si l'on prend  $AC$  pour rayon,  $CP$ ,  $CQ$ ,  $CO$ , seront tangentes des angles  $CAP$ ,  $CAQ$ ,  $CAO$  faits par la soustylaire  $AC$ , & les lignes horaires  $AP$ ,  $AQ$ ,  $AO$ ; & dans le triangle rectangle  $ABC$ ,  $BC$  sera sinus de l'angle  $CAB$  de la soustylaire & l'axe: mais  $CB = CM$  par construction. Donc dans les triangles rectangles  $PCM$ ,  $QCM$ ,  $OCM$ , le côté ~~commun~~ connu & les angles  $CMP$ ,  $CMQ$ ,  $CMO$ , on trouvera les côtés  $CP$ ,  $CQ$ ,  $CO$  par cette Analogie.

Comme le sinus total  
 est à  $CM$  sinus de l'angle de la soustylaire & l'axe;  
 Ainsi la tangente de la différence de la distance du Soleil au merid. & de la diff. des longitudes, ou de la somme de ces deux angles  
 à la tangente de l'angle requis

## PROBLEME VI.

*L'angle de la soustylaire & des lignes horaires étant donné, & l'angle de la soustylaire & de la meridienne; trouver les angles faits par la meridienne & les lignes horaires au centre des verticaux declinans.*

1°. Les angles des lignes horaires qui sont entre la meridienne & la soustylaire, seront trouvés en ôtant l'angle de la soustylaire avec la ligne horaire de l'angle de la soustylaire avec meridienne.

2°. Les angles qui sont au delà de la soustylaire, & du côté opposé à celui de la meridienne, seront trouvés en ajoutant ces deux angles.

3°. Ceux qui sont de l'autre côté de la meridienne, seront trouvés en prenant leur difference; ce qui n'a pas besoin de démonstration.

Mais ces angles peuvent être trouvés plus facilement par la seule Analogie suivante, qui suppose la connoissance des angles faits au centre du Cadran horizontal par la ligne de midy, & les lignes horaires par l'élevation du pole du lieu.

## PROBLEME VII.

*Les angles faits au centre du Cadran horizontal pour l'élevation du pole du lieu étant donnés; & la declinaison du plan; trouver les angles faits au centre des verticaux declinans par la ligne de midy & les lignes horaires.*

1°. Pour les heures qui sont du côté de la meridienne où est la soustylaire, on prendra la difference de la declinaison du plan & de l'angle fait au centre du Cadran horizontal pour l'heure.

2°. Pour les heures qui sont de l'autre côté de la meridienne, on prendra la somme de ces deux angles.

## ANALOGIE.

Comme le sinus du complément de la difference de ces deux  
deux



deux angles dans le premier cas , ou comme le sinus du complément de leur somme dans le second  
à la tangente du compl. de l'élevation du pole du lieu ;  
Ainsi le sinus de l'angle fait au centre de l'horizontal pour l'heure  
à la tangente de l'angle fait au centre du vertical declinant.

## DEMONSTRATION.

Dans les triangles rectangles  $AGP$ ,  $AGM$ ,  $AGN$ , si l'on prend  $AG$  pour sinus total,  $GP$ ,  $GM$ ,  $GN$ , seront tangentes des angles  $GAP$ ,  $GAM$ ,  $GAN$ , faits par la meridienne  $AG$  & les lignes horaires  $AP$ , il s'agit de trouver ces tangentes par rapport au rayon  $AG$ . Le même côté  $AG$  étant pris pour rayon,  $HG$  sera tangente de l'angle  $HAG$  complément de l'élevation du pole du lieu : mais  $HG = GF$  par construction. Donc  $GF$  sera connu.

FIG. IV.

1<sup>o</sup>. Dans les triangles  $GFP$ ,  $GFD$ , si de l'angle  $GFD$  declinaison du plan, on ôte l'angle  $GFP$  fait au centre de l'horizontal, restera l'angle  $FPD$ , dont le complément donnera l'angle  $FPD$ , dont le sinus est égal au sinus de l'angle  $GPF$ ; & dans les triangles  $GFM$ ,  $GFD$ , si de l'angle  $GFM$  fait au centre de l'horizontal, on ôte l'angle  $GFD$  de la declinaison du plan, restera l'angle  $DFM$  dont le complément donnera l'angle  $GMF$ .

2<sup>o</sup>. Enfin dans les triangles  $GFD$ ,  $NFD$ , si à l'angle  $NFG$  on ajoute l'angle  $GFD$ , la somme donnera l'angle  $NFD$ , dont le complément sera l'angle  $GNF$ . Donc dans les triangles  $GPF$ ,  $GMF$ ,  $GNF$ , on trouvera les côtés  $GP$ ,  $GM$ ,  $GN$  par cette Analogie.

Comme le sinus du complément de la difference ou de la somme des angles de la declinaison, & de l'horizontal pour l'heure cherchée  
au côté  $GF$  tangente du complément de l'élevation du pole du lieu;  
Ainsi le sinus de l'horizontal  $GFP$ , ou  $GFN$ , ou  $GFN$  aux tangentes requises.

## COROLLAIRE.

Il suit de cette démonstration que pour trouver l'angle que fait la méridienne avec la ligne de 6 heures, il faudra faire cette Analogie.

Comme le sinus de la déclinaison du plan  
à la tangente du complément de l'élevation du lieu ;  
Ainsi le sinus total  
à la tangente de l'angle requis.

## DES CADRANS INCLINE'S.

## PROBLEME. I.

*L'inclinaison du plan étant connue , & l'élevation du pole du lieu ; trouver les angles faits au centre d'un Cadran meridional superieur ou incliné septentrional inferieur , par la ligne de midy & les lignes horaires .*

Ce Cadran est un horizontal pour une latitude égale à l'élevation particuliere du pole sur le plan du Cadran , & ainsi on en trouvera les angles par l'Analogie du Cadran horizontal , & l'on trouvera l'élevation du pole sur le plan du Cadran en cette sorte.

Puisque le plan est incliné , ou son inclinaison est plus grande , que l'élevation du pole du lieu , ou elle est plus petite , ou elle lui est égale.

Dans les premiers cas l'élevation particuliere du pole sur le plan sera trouvée , en prenant la difference de l'élevation du pole du lieu & de l'inclinaison du plan , & dans le dernier cas le Cadran est un polaire dans lequel les lignes horaires seront paralleles , à cause que le plan étant couché sur l'axe du monde , aucun des poles n'y peut être representé.

## PROBLEME II.

*Trouver les angles faits au centre d'un Cadran septentrional supérieur, ou meridional inférieur par la ligne du midy, & les lignes horaires.*

Ces angles seront trouvés par l'Analogie du Cadran horizontal pour l'élevation particuliere du plan qu'on trouvera en cette sorte ; puisque le plan est incliné, l'inclinaison du plan sera ou plus grande que le complément de l'élevation du pole, ou elle lui sera égale. 1°. Si elle est plus grande, on ajoutera le complément de l'inclinaison avec le complément de l'élevation du pole. 2°. Si elle est plus petite, on ajoutera l'inclinaison avec l'élevation du pole. 3°. Si elle est égale, le Cadran sera un équinoxial dans lequel les angles au centre sont égaux à la distance du Soleil au meridien.

DES CADRANS DECLINANS  
DE L'HORISON.

Ces Cadrans se construisent de la même maniere que les verticaux declinans, en prenant le complément de l'élevation du pole du lieu au lieu de l'élevation du pole, & les degrés d'inclinaison comme degrés de declinaison ; ainsi on fera les mêmes Analogies que pour les verticaux declinans.

## DES CADRANS DECLINANS INCLINE'S.

## PROBLEME I.

*La declinaison d'un plan étant connue, & son inclinaison ; trouver l'angle fait au centre du Cadran, par la meridienne & la parallele à la verticale.*

## PREMIERE ANALOGIE.

Comme le sinus total  
au sinus du complément de l'inclinaison ;

D d d d ij

Ainsi la tangente de la déclinaison  
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, dans lesquelles  $HD$  représente la verticale,  $TG$  l'horizontale,  $N$  le centre du Cadran,  $NS$  la parallèle à la verticale, &  $ND$  la méridienne; si l'on prend  $CD$  pour rayon dans le triangle rectangle  $DCF$ ,  $CF$  deviendra tangente de l'angle  $FDC$ ; & dans le triangle rectangle  $DBC$ , le même côté  $DC$  étant pris pour rayon,  $BC$  sera sinus de l'angle  $CDB$  complément de l'inclinaison: mais  $BC = CH$ , & l'angle  $CHF$  est égal à la déclinaison du plan. Donc le triangle rectangle  $FCH$ , on trouvera le côté  $FC$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $CH$  sinus du complément de l'inclinaison;  
Ainsi la tangente de l'angle  $CHF$  déclinaison du plan  
au côté  $FC$  tangente de l'angle  $FDC$ , ou (à cause  
des parallèles) de son égal ou complément  $FNE$

PROBLEME II.

requis.

*La déclinaison du plan étant donnée, & son inclinaison; trouver l'arc du méridien compris entre le Zenith du lieu, & le point où le vertical du plan perpendiculaire sur le méridien le coupe.*

SECONDE ANALOGIE.

Comme le sinus total

au sinus du complément de la déclinaison;  
Ainsi la tangente de l'inclinaison  
à la tangente de l'angle requis.

DEMONSTRATION.

Dans les Figures 5, 6, 7, 8, 9, 10, si l'on prend  $MF$  pour sinus total dans le triangle rectangle  $FMD$ ,  $MD$

deviendra tangente de l'angle  $MFD$ , ou de son égal  $LMD$ , mesure de l'arc requis représenté par la ligne  $DL$  : mais  $FM = FH$  comme distances des centres diviseurs  $M$  &  $H$  au même point  $F$ . Donc dans le triangle rectangle  $FCH$ ,  $CH$  deviendra sinus de l'angle  $CFH$  complément de la déclinaison : mais  $HC = CB$  par construction. Donc dans le triangle rectangle  $CBD$  l'angle  $DCB$  étant égal à l'angle  $ABD$  inclinaison du plan, & le côté  $CB$  étant connu, on trouvera le côté  $BD$  par cette Analogie.

Comme le sinus total

au côté  $CB$  sinus du complément de la déclinaison ;  
Ainsi la tangente de l'angle  $DCB$  inclinaison du plan  
au côté  $BD$  : mais  $BD = MD$  tangente de l'angle requis, comme distances des centres diviseurs au centre du Cadran. Donc, &c.

### PRÉPARATIONS POUR LES ANGLES faits au centre des Cadrans inclinés par la soustylaire & la meridienne, & par la soustylaire & l'axe.

*Aux Cadrans inclinés declinans du Midy superieurs, ou du  
Septentrion inferieurs.*

10. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que l'élevation du pole Fig. 5.

Ou plus petit Fig. 6.

Ou il lui sera égal Fig. 7.

*Dans le premier cas.* Au complément de l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoutera l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1, & la tangente de complément qu'on appellera nombre 2.

*Dans le second cas.* A l'arc trouvé par la seconde Analogie, on ajoutera le complément de l'élevation du pole du lieu, & l'on prendra le sinus du complément de la somme qu'on appellera nombre 1 ; & la tangente de complément, nombre 2.

D d d d iij

*Dans le troisieme cas.* Le Cadran n'aura point de centre, & ce sera un polaire declinant dans la sphere parallele. Dans ce Cadran les lignes horaires sont paralleles.

*Aux Cadrans inclinés declinans du Septentrion superieurs, ou inclinés declinans du Midy inferieurs.*

1°. L'arc trouvé par la seconde Analogie sera ou plus grand que le complément de l'élevation du pole Fig. 8.

Ou plus petit Fig. 9.

Ou il lui sera égal Fig. 10.

*Dans les deux premiers cas.* On prendra la difference de l'arc trouvé par la seconde Analogie, & du complément de l'élevation du pole du lieu : le sinus de complément de cette difference sera appelé nombre 1 ; & la tangente du complément, nombre 2.

*Et dans le troisieme cas.* Le Cadran sera un équinoxial declinant dans la sphere droite, & la soustylaire representera la ligne de six heures, qui fera un angle droit avec la meridienne.

*Dans tous les cas.* On fera cette Analogie.

#### TROISIEME ANALOGIE.

Comme le sinus total

à la tangente de l'angle de la verticale & de la merid.

Ainsi la tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie, au sinus d'un angle qui sera appelé nombre 3, & son sinus de complément nombre 4.

*Au Cadran polaire declinant.* L'arc trouvé par la dernière Analogie, donne la difference des longitudes.

*Au Cadran équinoxial declinant.* Le complément de l'arc trouvé par la dernière Analogie, donne l'élevation particuliere du pole sur le plan ; les angles faits au centre de ce Cadran par la ligne de 6 heures & les lignes horaires, sont les mêmes que ceux qui seroient faits au centre du Cadran horizontal pour une élevation égale à l'élevation du pole sur le plan par la meridienne & les lignes horaires.

## PROBLEME III.

*Prouver l'angle de la meridienne & de la soustylaire.*

## QUATRIE' ME ANALOGIE.

Comme le sinus total  
 Au nombre deuxième;  
 Ainsi le nombre troisiéme  
 à la tangente de l'angle requis.

## PROBLEME IV.

*Trouver l'angle de la soustylaire & de l'axe.*

## CINQUIE' ME ANALOGIE.

Comme le sinus total  
 au nombre premier;  
 Ainsi le nombre quatriéme  
 au sinus de l'angle requis.

## DEMONSTRATION DE LA TROISIE' ME ANALOGIE

Cette Analogie donne l'angle  $LIA$  mesure de l'arc  $AL$  distance du Zenith du plan  $A$  au meridiem  $FD$ , dont on fera la démonstration en cette sorte. Dans le triangle rectangle  $LAI$ , si l'on prend  $LI$  pour sinus total,  $LA$  sera sinus de l'angle requis : mais  $LI = LM$  par construction. Donc dans le triangle rectangle  $MLD$ ,  $LD$  deviendra tangente de l'angle  $LMD$  trouvé par la seconde Analogie ; & dans le triangle rectangle  $DAL$ , le côté  $LD$  étant connu, & l'angle  $LDA$  connu par la première Analogie, on trouvera le côté  $LA$  sinus de l'angle requis par cette Analogie.

FIG. V.  
VI VII.  
VIII. IX.  
& X.

Comme le sinus total  
 est à  $LD$  tangente de l'arc trouvé par la seconde Analogie ;  
 Ainsi la tangente de l'angle  $LDA$  trouvé par la première Analogie  
 au côté  $LA$  sinus de l'angle  $LIA$  requis.

*Au Cadran polaire declinant.* Fig. 7. L'angle  $LIA$  est la difference des longitudes, &  $A$  l'équinoxial declinant. Fig. 10. Le complément de l'angle  $LIA$  donne l'angle de la soustylaire & de l'axe, c'est à dire l'élevation du pôle sur le plan sur laquelle on construit le Cadran, comme il a été déjà dit.

**DEMONSTRATION DE LA IV<sup>me</sup> ET V<sup>me</sup> ANALOGIE.**

*Par la Seconde Analogie.* L'angle  $LMD$  a été connu & à son complément  $LMF$  ayant ajouté l'élevation du pôle  $FMN$  dans le premier cas des inclinés declinans du midy superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 5. ou à l'angle  $LMD$  ayant ajouté le complément de l'élevation du pôle  $DMN$  Fig. 6. ou ayant pris la difference de l'angle  $LMD$ , & du complément de l'élevation du pôle  $DMN$  dans les Cadrans inclinés declinans du septentrion superieurs ou inclinés inferieurs Fig. 8. & 9. on trouve l'angle  $NML$  fait au centre diviseur de la meridienne, dont on a pris le sinus de complément & la tangente de complément pour avoir les nombres 1. & 2.

*Par la troisième Analogie.* L'angle  $AIL$  a été connu. Donc dans le triangle rectangle  $MNL$  Fig. 5, 6, 8, 9, si l'on prend  $NL$  pour sinus total,  $ML$  fera tangente du complément de l'angle  $LNM$ ; & par consequent  $LI$ , qui lui est égale par construction, fera donnée dans le triangle rectangle  $LAI$ ; & dans le triangle rectangle  $NLA$ ,  $AL$  fera tangente de l'angle de la soustylaire, & de la meridienne sur le même rayon: il s'agit de trouver  $LA$ , ce qu'on fera en cette sorte.

Dans le triangle rectangle  $LAI$  l'angle  $AIL$  est connu, & le côté  $LI$ . Donc,

Comme le sinus total

au côté  $LI$  tangente du complément de l'angle  $LMN$   
nombre 2.

Ainsi le sinus de l'angle  $LIA$  nombre 3.

au côté  $AL$  tangente de l'angle  $LNA$  de la soustylaire  
& de la meridienne.

**DEMONSTRATION**



DEMONSTRATION DE LA V<sup>ME</sup> ANALOGIE.

Dans le triangle rectangle  $ON$ , si l'on prend  $ON$  pour sinus total,  $AO$  deviendra sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais  $NO = NM$  comme distances du centre  $N$  du Cadran aux centres diviseurs  $M$  &  $O$ . Donc dans le triangle rectangle  $NLM$ ,  $LM$  fera le sinus du complément de l'angle  $NML$  que nous avons appelé nombre premier : mais  $ML = LI$ , & l'angle  $LIA$  est connu dans le triangle rectangle  $LAI$ . Donc,

Comme le sinus total

au côté  $LI$  sinus de complément de l'angle  $LMN$ ,  
nombre 1 ;

Ainsi le sinus de l'angle  $ALI$  compl. de l'angle  $LIA$ ,  
nombre 4.

au côté  $AI$  ou à son égal  $AO$  sinus de l'angle requis.

## PROBLEME V.

*Trouver la difference des longitudes.*

## SIXIEME ANALOGIE.

Comme le sinus total

à la tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridi-  
diene ;

Ainsi le sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire  
à la tangente du complément de l'angle requis.

## DEMONSTRATION.

Dans le triangle rectangle  $RPN$ , si l'on prend  $PN$  pour rayon,  $RP$  sera tangente de l'angle de la soustylaire & de la meridiene ; & dans le triangle rectangle  $NOP$ ,  $OP$  sera sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire : mais  $PO = PQ$  par construction. Donc dans le triangle rectangle  $RPQ$ , les côtés  $RP$ ,  $RQ$ , étant connus, on trouvera l'angle  $PRQ$  complément de l'angle  $RQP$  requis par cette Analogie.

1707.

Eccc

Comme le sinus total  
au côté  $RP$  tangente de l'angle de la soustylaire & de  
la meridienne;

Ainsi  $PQ$  sinus de l'angle de l'axe & de la soustylaire  
à la tangente de l'angle  $PRQ$  complément de l'an-  
gle  $RQP$  requis. *Ce qu'il falloit démontrer.*

Ces angles étant connus, on trouvera les angles faits  
au centre des Cadrans par la soustylaire & les lignes ho-  
raires, & ensuite par la meridienne & les lignes horaires  
par la même methode dont on s'est servi dans les Ca-  
drons verticaux declinans; ce qu'on pourra voir plus au  
long dans un Traité de Gnomonique que nous donne-  
rons au Public.

### EXPLICATION DES FIGURES.

#### FIGURE I.

$A$  Centre du Cadran.  
 $AD$  Meridienne.  
 $AB$  Axe.  
 $BC$  Rayon de l'Equateur.  
 $FG$  Equinoxiale.  
 $AF$  Ligne horaire.  
 $B$  Centre diviseur de la me-  
ridienne.  
 $D$  Centre diviseur de l'ho-  
rizontal.

#### FIGURE II.

$A$  Centre du Cadran.  
 $AN$  Meridienne.  
 $AM$  Soustylaire.  
 $HP$  Horizontale.  
 $NP$  Equinoxiale.  
 $DB$  Stile droit.  
 $AB$  Axe.

$H$  Centre diviseur de la me-  
ridienne.

$B$  Centre diviseur de la sou-  
stylaire.

$F$  Centre diviseur de l'ho-  
rizontale.

$M$  Centre diviseur de l'E-  
quinoxiale.

#### FIGURE III.

$A$  Centre du Cadran.

$AN$  Meridienne.

$AM$  Soustylaire.

$AB$  Axe.

$AO, AP, AQ$ , Lignes ho-  
raires.

$B$  Centre diviseur de la sou-  
stylaire.

$M$  Centre diviseur de l'E-  
quinoxiale.

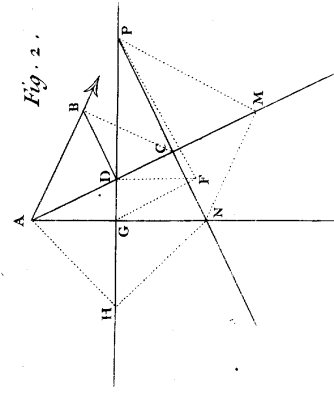


Fig. 2.

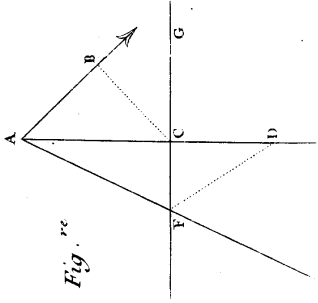


Fig. 3.

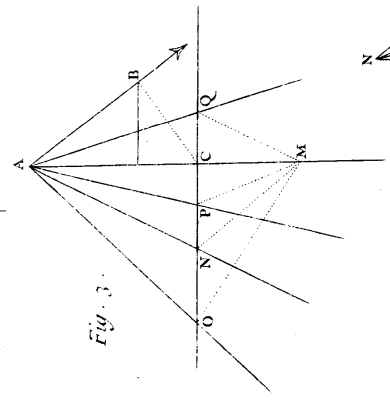


Fig. 4.

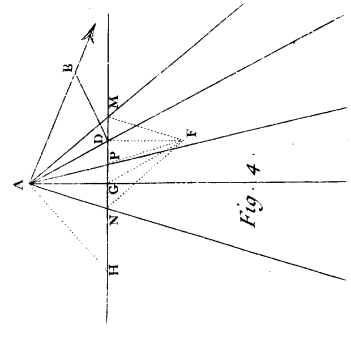


Fig. 5.

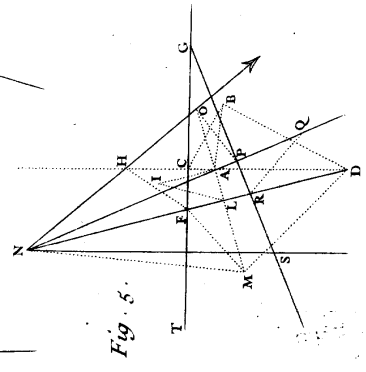


Fig. 6.



<b>FIGURE IV.</b>	<i>HD</i> Verticale.
<i>A</i> Centre du Cadran.	<i>ND</i> Meridienne.
<i>AG</i> Meridienne.	<i>NP</i> Soustylaire.
<i>AD</i> Soustylaire.	<i>SG</i> Equinoxiale.
<i>DB</i> Stile droit.	<i>TG</i> Horizontale.
<i>AB</i> Axe.	<i>AO</i> Stile droit.
<i>HM</i> Horizontale.	<i>NO</i> Axe.
<i>AM, AP, AN</i> , Lignes horaires.	<i>H</i> Centre diviseur de l'horizontale.
<i>H</i> Centre diviseur de la meridienne.	<i>A</i> Pied du stile.
<i>B</i> Centre diviseur de la soustylaire.	<i>B</i> Centre diviseur de la verticale.
<i>F</i> Centre diviseur de l'horizontale.	<i>M</i> Centre diviseur de la meridienne.
<b>FIGURES V, VI, VII, VIII, IX, X.</b>	<i>Q</i> Centre diviseur de l'Equinoxiale.
<i>N</i> Centre du Cadran.	<i>O</i> Centre diviseur de la soustylaire.
<i>NS</i> Parallele à la verticale.	<i>I</i> Centre diviseur du vertical <i>AM</i> .
	<i>D</i> Zenith du lieu.

*Fin des Memoires de l'année 1707.*