gitude entre l'Obſervatoire Royal & le Port de Pei ſera de 5h 24′ 30″, ou bien 81° 7′ $\frac{1}{2}$, dont ce lieu de l'Iſle de S. Domingue eſt plus occidental que Paris.

La quantité de cette Eclipſe dans le tems de la plus grande obſcuration a été obſervée ici de 5 doits 40′, & au Port de Pei de 5 doits 30′, ce qui n'eſt que fort peu éloigné pour une Obſervation qui n'a pas été faite avec tous les inſtrumens neceſſaires pour une grande juſteſſe, & elle peut nous perſuader de la bonté des précedentes.

Enfin je remarquerai que la plûpart des Cartes que nous eſtimons les plus correctes, poſent ce lieu de S. Domingue moins éloigné de Paris qu'il ne paroît par cette Obſervation, d'environ 6 degrés.

---

# OBSERVATION

## *De la conjonction de Jupiter avec le cœur du Lion arrivée au mois d'Octobre. 1706.*

### PAR M. DE LA HIRE.

1706. 18. Dec.

JE ne trouve dans les anciens Memoires d'Aſtronomie que nous avons entre les mains, que deux Obſervations de cette conjonction. La premiere fut faite à Athenes l'an 108 de Notre Seigneur le 28 Septembre au matin, comme le rapporte M. Boüillaud au Liv. 7. Chap. 7. de ſon Aſtronomie Philolaïque, ce qu'il avoit tiré d'un Manuſcrit de la Bibliotheque du Roy.

Cette Obſervation porte que Jupiter étoit ſeulement éloigné du cœur du Lion vers le Septentrion de 3 doits, & M. Boüillaud eſtimant un doit de 2′ 30″, cet éloignement ſera de 7′ 30″. Mais il ajoûte que le cœur du Lion étoit alors à 8° 40′ 54″ ♌, & le Pere Riccioli qui rapporte cette même Obſervation, dit que ſuivant ſes propres Obſervations des Etoiles fixes, le cœur du Lion devoit être à 8° 51′ 57″ ♌. La difference qu'il y a entre ces deux poſitions de cette Etoile, est seulement de 2′ 3″ dont le Pere Riccioli la fait plus avancée. M. Boüillaud s'étoit servi du Catalogue des Etoiles de Tycho ; mais le Pere Riccioli avoit beaucoup d'observations sur les Etoiles avec le P. Grimaldi.

Mais par mes Tables je trouve le lieu du cœur du Lion au tems de l'Observation d'Athenes à 8° 53′ 54″ ♌, ce qui est 4′ plus avancé que M. Boüillaud. La longitude de ♃ étoit donc alors la même que celle de l'Etoile *Regulus* ou le cœur du Lion à 8° 53′ 54″ ♌.

La latitude du cœur du Lion, comme je l'ai déterminée, est de 27′ 6″ *B* ; & la posant invariable, si on l'ajoûte aux 7′ 30″ de la distance *B* de cette étoile à ♃, on aura sa latitude de 34′ 36″ *B* dans le tems de l'Observation. Mais M. Boüillaud trouve à propos d'ajoûter encore un doit à l'Observation de la distance de ♃ à *Regulus*, & par consequent cette latitude seroit de 37′ 6″ Bor.

La seconde Observation d'une semblable conjonction que M. Boüillaud rapporte aussi dans le 3. Chap. du Liv. 7. de son Astronomie, est de lui-même, en 1623 le 12 Octobre à 17h à Loudun. Il dit qu'il observa que ♃ étoit plus avancé en longitude de 3′ que le cœur du Lion, & qu'il en étoit éloigné de 8′ vers le Septentrion. Il conclud de-là la longitude de ♃ au 24° 40′ 6″ ♌ avec sa latitude Boreale de 35′. Par les Tables des fixes du Pere Riccioli la longitude de ♃ sera au 24° 36′ 35″ du ♌. M. Boüillaud qui n'avoit que 19 ans alors ne rapporte point de quelle maniere il fit cette observation, ni avec quels instrumens, quoique le Pere Riccioli lui fasse dire que c'étoit avec la Lunette.

Par ma position de *Regulus* je trouve que ♃ étoit alors au 24° 40′ 1″ ♌ comme fait M. Boüillaud. Pour la latitude de ♃ elle auroit été de 35′ 6″ suivant ma latitude de *Regulus*, & à très-peu près comme M. Boüillaud.

Voici l'observation d'une semblable conjonction de cette Planete que j'ai faite le 17 Octobre 1706 à 4h 12′ 40″ du matin. Je mesurai avec le micrometre la distance entre le cœur du Lion & ♃ de 19′ 25″, étoit vers le Septentrion à l'égard de cette étoile, & de plus il étoit dans la ligne droite qui passe par l'étoile marquée *A* dans Bayer & par le cœur du Lion ; cependant ♃ me sembloit un peu plus vers l'Occident.

Je trouve par mes Tables que le lieu du cœur du Lion étoit alors au 25° 47′ 15″ ♌. Mais par la position que je viens de marquer, ♃ étoit moins avancé que *Regulus* ou le cœur du Lion selon l'ordre des Signes de 7′ 35″ ; donc la longitude de ♃ étoit alors à 25° 39′ 40″ du ♌.

Mais aussi la distance de ♃ à *Regulus* de 19′ 25″ étant oblique à l'Ecliptique, elle se réduit à 17′ 55″ par sa position entre les étoiles fixes ; & comme la latitude de *Regulus* est de 27′ 6″ par mes Tables, on aura la latitude Bor. de ♃ de 45′ 1″.

J'ai calculé par mes Tables le lieu de ♃ tant en longitude qu'en latitude au tems de mon observation, & j'ay trouvé la longitude à 25° 40′ 11″ : donc la difference n'est que de 31″ de degré. Pour la latitude tirée du calcul elle est de 46′ 21″ Bor. & l'observée 45′ 1″ *B* ; & par consequent la difference seroit de 1′ 20″.

Les differences que je viens de trouver entre mon observation & mon calcul ne sont pas considerables ; mais comme dans la construction de mes Tables Astronomiques je me suis presque toûjours servi des observations des passages par le meridien, que j'estime bien plus sûres, bien plus justes & plus déterminantes que toute autre, surtout à cause de tous les avantages que nous avons tant de la part des instrumens & des horloges, que des connoissances necessaires pour déterminer leur veritable position en longitude & en latitude ; j'ai voulu voir si ces sortes d'observations que j'avois faites aux environs de cette conjonction répondoient à celles dont je m'étois servi, & premierement pour la position du nœud de ♃ & pour son mouvement : car c'est dans ce point où je suis beaucoup éloigné de M. Boüillaud, comme je le dirai dans la suite.

Le premier paſſage de ♃ par le meridien que j'ai pû obſerver avant qu'il fût arrivé à ſon nœud aſcendant a été en 1705 le 6ᵉ Mars au ſoir à 5ʰ 56′ 51″, & ſa vraïe hauteur meridienne étoit de 63° 50′ 25″.

Je conclus de cette obſervation que la longitude de ♃ étoit alors au 17° 25′ 10″ de ♊, & ſa latitude auſtrale de 12′ 55″. Mais par le calcul de mes Tables je trouve pour ce même tems la longitude au 17° 23′ 45″ de ♊, & la latitude auſtrale de 12′ 19″. La difference de longitude entre le calcul & l'obſervation eſt de 1′ 25″, & celle de la latitude de 36″.

Mais le premier paſſage de ♃ par le meridien que je pus obſerver enſuite après qu'il eût paſſé par ce même nœud, fut en 1705 le 27 Aouſt au matin à 9ʰ 7′ 3″: ſa vraïe hauteur meridienne étoit de 63° 9′ 48″. Il faut toûjours entendre dans ces obſervations que c'eſt du centre de cette Planete dont je parle.

Je conclus de cette obſervation que la longitude de ♃ étoit alors à 20° 44′ 9″ du ♋, & que ſa latitude Boreale étoit de 6′ 3″. Mais par le calcul de mes Tables ſa longitude étoit de 20° 41′ 34″, & la latitude 6′ 47″ Bor. La difference de longitude entre le calcul & l'obſervation eſt donc de 2′ 35″, & celle de la latitude de 44″.

Quoique la difference de latitude entre le calcul & ces deux obſervations ne ſoit que d'une demi-minute ou environ, ce qui n'eſt pas conſiderable dans ces ſortes de poſitions, je pourrois pourtant le faire convenir en avançant le nœud un peu plus que je n'ai fait ; mais mes anciennes obſervations ni d'autres plus recentes ne s'y ſeroient pas accordées. Et c'eſt cela principalement qui m'a fait conjecturer qu'il y avoit dans le mouvement du nœud des Planetes une irrégularité à peu près ſemblable à celle que nous connoiſſons dans celui de la Lune, & comme elle m'a paru ſenſiblement dans Saturne, laquelle demanderoit une proſtapherese particuliere. Mais comme je n'ay pas trouvé que dans ♃ cette irregularité fût aſſez ſenſible pour y avoir égard, je me ſuis contenté de prendre une position moïenne entre toutes celles qui m'étoient marquées par mes observations. Cette position ou Epoque a été pour l'année 1700 moins avancée que celle de M. Boüillaud de plus de 2 degrés. Si j'avois posé le nœud de ♃ comme M. Boüillaud le met, j'aurois trouvé dans les deux observations précedentes une difference de plusieurs minutes entre l'observation & le calcul.

Enfin pour revenir à la conjonction de ♃ avec *Regulus*; j'ai crû qu'il ne suffisoit pas d'avoir montré que mes Tables s'accordoient assez bien avec mon observation dans ce point; mais qu'il falloit encore en donner des preuves par quelque passage de cette Planete par le meridien, avec ses vraïes hauteurs meridiennes observées dans le même tems. Voici donc celles que j'ai faites lorsqu'il m'a été possible de l'observer; car je ne puis pas voir ♃ au meridien, à moins qu'il ne soit éloigné du Soleil d'environ 30 degrés.

Le 20 Septembre de cette année 1706 avant la conjonction de ♃ avec *Regulus*, son centre passa au meridien à $9^h\ 45'\ 25''$ du matin, & sa vraïe hauteur meridienne étoit de $56^\circ\ 23'\ 31''$. Je tire de cette observation la longitude de ♃ au $20^\circ\ 49'\ 47''$ du ♌, & sa latitude Boreale de $40'\ 51''$. Le calcul de mes Tables me donne pour ce même tems la longitude de cette Planete au $20^\circ\ 52'\ 0''$, & la latitude Bor. de $41'\ 58''$. La difference de longitude entre l'observée & le calcul est de $2'\ 13''$, & celle de la latitude est de $1'\ 7''$.

Le 14 Octobre suivant, & trois jours avant la conjonction de ♃ à *Regulus*, j'observai le passage du centre de ♃ par le meridien à $8^h\ 35'\ 16''$ du matin, & sa vraïe hauteur meridienne étoit de $55^\circ\ 1'\ 8''$. Je conclus de cette observation que la longitude de ♃ étoit alors au $25^\circ\ 13'\ 26''$ du ♌, & que sa latitude étoit Boreale de $45'\ 33''$. Le calcul de mes Tables donne sa longitude pour ce tems-là au $25^\circ\ 12'\ 11''$ du ♌, & sa latitude Boreale de $45'\ 51''$: donc la difference de longitude entre l'observée & le calcul est de $1'\ 15''$, & celle de latitude de $18''$.

Le 18 du même mois & le jour suivant la conjonction de ♃ à *Regulus*, j'observay le passage du centre de ♃ par le meridien à $8^h$ 22′ 51″ du matin, & sa vraïe hauteur meridienne de 54° 48′ 22″, d'où je tire par les regles ordinaires le vrai lieu de ♃ au 25° 51′ 9″ du ♉ avec une latitude Boreale de 45′ 47″. Mais par le calcul de mes Tables je trouve pour ce même tems le vrai lieu de ♃ au 25° 51′ 12″ du ♌ avec une latitude Boreale de 45′ 35″: donc la difference de longitude entre l'observation & les Tables 3″, & celle de la latitude de 12″.

Enfin le 27 suivant j'observay encore le passage du centre de ♃ par le meridien à $7^h$ 53′ 57″ du matin, & sa vraïe hauteur meridienne de 54° 23′ 7″. Je conclus de cette observation que ♃ étoit alors au 27° 12′ 21″ du ♌, & que sa latitude étoit Boreale de 48′ 13″, & le calcul par mes Tables donne la longitude pour ce même tems de 27° 11′ 34″ du ♌, & la latitude Boreale de 48′ 22″. La difference de longitude entre l'observation & le calcul sera donc de 47″, & celle de latitude de 9″.

Les observations que je viens de rapporter en dernier lieu, lesquelles sont comparées avec le calcul, font voir la justesse de mes Tables, & l'on ne doit pas s'étonner si dans celles qui sont proches les unes des autres on y trouve des differences qui passent une minute de degré tantôt excedente & tantôt défaillante, ce qu'on doit plutôt attribuer à quelque cause particuliere de l'observation ou des instrumens qu'aux Tables, sur tout pour les Planetes superieures qui vont lentement: car il s'y doit trouver une espece de progression assez uniforme pour un peu de tems, & à peu prés telle que la donne le calcul.

Je pourrois rapporter icy plusieurs causes qui empêchent que les observations ne répondent à l'exactitude & aux soins qu'on y apporte; mais il me suffira de dire à present que pour remedier à cet inconvenient, on doit faire un grand nombre de semblables observations entre lesquelles on prend un milieu.

Dans ce que j'ai dit cy-devant je n'ai point comparé mon calcul avec l'obſervation de 508, ni avec celle de 1623, ſur leſquelles M. Boüillaud fonde une partie de ſon ſyſtême de Jupiter; car il m'a ſemblé qu'elles ne ſçauroient s'accorder exactement entr'elles, ni avec celles que nous faiſons preſentement. Ces ſortes d'obſervations ſont ſujettes à des erreurs très-conſiderables, n'étant faites pour la plûpart qu'à la vûë ſimple & ſans aucune détermination poſitive. On ne laiſſe pas pourtant de s'en ſervir autant qu'on le peut: quand elles ſont fort éloignées de ces tems-cy, parcequ'elles ſont utiles pour déterminer à peu près les mouvemens des corps celeſtes; mais on ne doit pas s'y aſſujettir par trop, quand elles repugnent aux dernieres qu'on connoît pour très-exactes.

Par exemple, mes Tables me donnent dans le tems de l'obſervation d'Athenes le lieu de ♃ plus avancé que l'obſervation ne demanderoit de près de 8′, & la latitude ſeulement plus petite de trois quarts de minute. Mais pour celles de M. Boüillaud de 1623, elles me donnent la longitude un peu plus de 10′ plus avancée que l'obſervation, & la latitude plus grande de plus de 10′, & dans tous ces tems-cy elles s'accordent avec le Ciel.

C'eſt cette latitude plus grande de 10′ qui me rend ſuſpecte l'obſervation de M. Boüillaud; car mes Tables donnent la latitude dans la même minute que l'obſervée en 508, & depuis ce tems-là juſqu'à l'obſervation de M. Boüillaud en 1624 il y a plus de 1100 ans, pendant leſquels le nœud de ♃ n'a fait que 2 ou 3 degrés, & en 508 au tems de l'obſervation l'argument de latitude n'étoit que de 27° environ; donc en 1623 l'orbite ♃ n'avoit pas changé conſiderablement de ſa premiere place, & dans le tems de cette obſervation ♃ & la terre ſe trouvoient encore à peu près dans le même aſpect: mais comme le cœur du ♌ s'eſt avancé en 1100 ans de plus de 15 degrés, il faut neceſſairement que l'argument de latitude ſoit augmenté de plus de 13 degrés, ce qui doit donner en 1623 une inclinaiſon à ♃ beaucoup plus grande qu'elle n'étoit en 508; & par conſequent la latitude de ♃ devoit être beaucoup

plus

plus grande en 1623 qu'en 508; cependant l'observation de 508 donne la latitude de ♃ de 34′36″ ou 37′ 6″ comme veut M. Boüillaud, & son observation de 1623 ne la montre que de 35′ 6″, ce qui ne peut pas être; aussi je l'ay trouvée par mes Tables de 10′ plus grande que celle qu'on tire de cette observation.

Enfin M. Boüillaud finit son septiéme Livre où il traite des mouvemens de ♃ par une espece d'insulte qu'il fait à Kepler, en donnant le calcul de ♃ pour le tems de l'observation de l'an 508 par les Tables Rudolphines pour faire voir que ces Tables sont fort défectueuses pour cette Planete; car il dit qu'elles marquent la distance de ♃ à Regulus de plus d'un degré à cause de la latitude, & la longitude par ce même calcul étoit plus grande que l'observée de près de 48′. Mais je remarque que le peu de difference de latitude entre Regulus & ♃, n'a pas pû augmenter la distance de 48′ à plus d'un degré. Il conclud enfin que Kepler n'a pas pû mieux faire ayant été privé de ce secours, c'est-à-dire des deux observations dont il parle.

Cependant comme je suis persuadé de l'exactitude de Kepler, & que s'il n'a pas eu les deux observations de M. Boüillaud, il en a eu d'autres & plus anciennes & dans le même tems à peu près que celle de 1623, j'entens celles de Tycho que j'estime des plus justes, & dont M. Boüillaud a eu aussi quelque connoissance; & quoique je sçusse bien que mes Tables étoient assez éloignées des Rudolphines en quelques endroits, j'ay voulu verifier le calcul que M. Boüillaud rapporte tout au long de la position de ♃ dans le tems de l'observation de 508 suivant les Rudolphines.

J'ay trouvé tout d'abord que le calcul de M. Boüillaud est faux, car il trouve le Soleil moins avancé d'un degré qu'il ne devroit être par ces Tables, ce qui est une erreur assez considerable, & ce qui vient assurément de ce que M. Boüillaud en calculant n'a pas fait attention que l'année 508 étoit Bissextile, & il l'a calculée comme une année comme, car il lui manque le mouvement du Soleil pour un jour. Il a fait auſſi la même faute pour le calcul de ♃ qu'il rapporte enſuite. Ces deux fautes enſemble lui auroient encore avancé le lieu de ♃ de 3′ environ. Pour la latitude elle eſt trés-peu éloignée de celle qu'on tire de l'obſervation.

Pour ce qui eſt de l'obſervation de M. Boüillaud de 1623, les Tables Rudolphines s'y accordent aſſez bien en ce qui regarde la longitude, mais pour la latitude elles s'en écartent à peu prés autant que je l'ay trouvé par les miennes; d'où je conclus enfin que M. Boüillaud n'avoit pas bien eſtimé ou meſuré la diſtance entre Regulus & ♃, & que la grande lumiere de ♃ lui faiſoit paroître cette diſtance beaucoup plus petite qu'elle n'étoit en effet; & c'eſt une raiſon qu'il rapporte lui-même dans l'examen qu'il fait de quelques obſervations.

---

# *DIFFERENTES MANIERES*

## *INFINIMENT GENERALES*

## *De trouver les Rayons oſculateurs de toutes ſortes de Courbes, ſoit qu'on regarde ces Courbes ſous la forme de Polygones, ou non.*

### PAR M. VARIGNON.

1706. 18. Decem. LA maniére dont j'ay cherché le raport des Forces centrales aux Peſanteurs des corps dans le Memoire que je donnay ſur cela à l'Academie le 24 Avril dernier *, m'aïant engagé (excepté dans la troiſiéme Solution du Problême par où ce Memoire commence) à conſiderer les Courbes, non à l'ordinaire ſous la forme de Polygones infiniti-lateres réctilignes, mais comme faites d'élemens veritablement courbes eux-mêmes; je fus obligé d'en chercher les rayons oſculateurs dans cette hypothêſe, dans laquelle je ne ſçais perſonne qui l'ait encore fait. C'eſt ce

* *Voyez cy-deſſus la page 178.*

qui m'a fait penser à les y rechercher en géneral; & cette consideration des Courbes comme faites d'élémens véritablement courbes eux-mêmes, m'a donné des expressions de ces rayons osculateurs, lesquelles se sont trouvées précisement les mêmes que celles que la consideration de ces mêmes Courbes sous la forme de Polygones infinitilateres réctilignes m'avoit déja données dans les Memoires de 1701. pag. 25. &c.

Voici comment ces expressions me sont venuës dans la premiere de ces considerations ou hypothêses; & puis nous verrons encore quelques autres manieres de les trouver dans la seconde par des voïes toutes differentes de celle que j'ay suivie dans ces Memoires de 1701.

## PROBLÊME I.

*Une Courbe quelconque, dont les ordonnées concourent en quelque point que ce soit, étant donnée; trouver une expression génerale de ses rayons osculateurs sans y rien supposer de constant, & en regardant cette Courbe, non à l'ordinaire sous la forme de Polygone infiniti-latere réctiligne; mais comme faite d'élemens courbes eux-mêmes.*

### SOLUTION.

I. Soit $DBY$ la Courbe quelconque donnée; dont les ordonnées $BE$, $CE$, &c. concourent en $E$; & dont $AB$, $BC$, soient deux élemens, c'est-à-dire, deux arcs infiniment petits du premier genre, lesquels ne different entr'eux que d'une grandeur infiniment petite du second genre, & par conséquent nulle par raport à eux. Soient aussi $AB$, $BC$, les cordes de ces deux petits arcs, dont la premiere prolongée vers $R$, rencontre en $S$ l'ordonnée $EC$ prolongée de ce côté-là. Soient de plus l'angle $SBP$ $=SEB$; l'arc $CI$ décrit du centre $B$ par $C$, & qui rencontre la droite $BP$ en $I$; la droite $CM$ perpendiculaire en $N$ sur $BP$, laquelle $BP$ soit aussi rencontrée en $L$ par $KL$ parallele à $ES$. Soient ensuite $BV$, $CV$, deux rayons osculateurs de la Courbe en question, laquelle Courbe Fig. I.

$DBY$ soit touchée au point $B$ par la droite $ZQ$ exactement perpendiculaire au premier $BV$ de ces rayons, & qui rencontre le second $VC$ prolongé en $F$, l'ordonnée $EC$ prolongée en $Q$, & la droite $CM$ en $X$. Enfin après avoir fait la droite $CO$ perpendiculaire en $O$ sur la tangente $ZQ$, soient aussi les droites $AG$, $BH$, $CT$, perpendiculaires en $G$, $H$, $T$, sur $BE$, $CE$, $LK$, laquelle $LK$ rencontre en $K$ la seconde $BH$ de ces perpendiculaires.

Cela fait, soit $y$ le nom des ordonnées $BE$, $CE$; $dx$, celui de leurs perpendiculaires $AG$, $BH$; $ds$, celui des arcs élementaires $AB$, $BC$; & $r$, celui des rayons osculateurs $BV$, $CV$.

II. Tout cela supposé, les angles rectilignes $ABE$, $BPE$, étant externes par rapport aux triangles $EBS$, $BPS$, l'on aura l'angle réctiligne $ABE = BES + BSE$ (*art.* 1.) $= PBS + BSE = BPE$. Donc les angles en $G$ & en $H$, étant (*art.* 1.) droits, les triangles réctilignes $ABG$ & $BPH$ seront semblables entr'eux; & par consequent (*art.* 1.) les triangles réctilignes $ABG$, $BLK$, le seront aussi: De sorte que si l'on suppose de plus $BK = AG$, ces deux derniers triangles seront non-seulement semblables, mais aussi égaux en tout. Donc la corde $AB$ ou son arc infiniment petit $AB (ds) = BL = BI (ds) + IL$; & par consequent $IL = -dds$ négative, les $ds (AB)$ allant ici en diminuant pendant que les $dx (AG)$ vont en augmentant: Ce qui donnera au contraire $HK = ddx$ positive. D'où l'on aura aussi $BH (dx). BP (ds) :: HK (ddx). LP = \frac{dsddx}{dx}$. Donc $IP (IL + LP) = -dds + \frac{dsddx}{dx}$, ou $NP = \frac{dsddx - dxdds}{dx}$.

Mais la ressemblance (*art.* 1.) des triangles réctilignes $PNC$, $PHB$, donne $PH$ ou $CH (dy). BH (dx) :: NP \left(\frac{dsddx - dxdds}{dx}\right). NC = \frac{dsddx - dxdds}{dy}$. De même la ressemblance (*art.* 1.) des triangles rectilignes $BEH$, $MBN$, donne aussi $BE (y). BH (dx) :: BM (ds). MN = \frac{dxds}{y}$. Donc la droite $MC (MN + NC) =$

$$= \frac{dxds}{y} + \frac{dsddx - dxdds}{dy} = \frac{dydxds + ydsddx - ydxdds}{yay}.$$

III. Concevons présentement que l'*osculum* ou l'attouchement de la Courbe proposée $DBY$ avec son cercle osculateur décrit du centre $V$ par $B$, se fasse (en tout ou en partie) sur l'arc infiniment petit $ABC$. En ce cas cet arc $ABC$ de la Courbe proposée $DBY$, sera aussi un arc de cercle décrit du centre $V$ & du rayon $VB$ ou $VC$. Donc suivant la doctrine d'Euclide Prop. 32. du Liv. 3. & Prop. 33. du Liv. 6. les angles réctilignes $ABZ$, $CBQ$, compris entre sa touchante $ZQ$, & les cordes des arcs partiaux $AB$, $BC$, seront entr'eux comme ces arcs. Par conséquent ces arcs, qui (*art.* 1.) ne différent entr'eux que d'une difference infiniment petite par rapport à eux, devant passer pour égaux, les angles rectilignes $ABC$, $CBQ$, doivent passer de même pour égaux entr'eux. Mais l'angle réctiligne $ABZ$ est aussi égal à l'angle $SBQ$ qui lui est opposé au sommet $B$. Donc les deux angles réctilignes $CBQ$, $SBQ$, sont pareillement égaux entr'eux. Par conséquent encore suivant la doctrine d'Euclide Prop. 3. du Liv. 6. $BQ$ doit diviser la droite $CM$ en en $X$ de maniere qu'elle donne $CX. XM :: BC. BM.$ en prenant ici $BC$ pour la corde de l'arc. $BC$. Mais l'angle indéfiniment petit $CBM$, compris entre cette corde & l'autre $AB$ prolongée vers $R$, rend cette premiere corde $BC$ égale à $BM$. Donc aussi $CX = XM$, ou $CX = \frac{1}{2} CM$. Mais on vient de trouver (*art.* 2.) $CM = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{ydy}$. Donc on aura pareillement $CX = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxds}{2ydy}$.

Or si l'on considére que les angles (*art.* 1.) droits $BNG$, $BOC$, $QBV$, rendant les triangles $BNX$, $COX$, & $FOC$, $FBV$, semblables entr'eux deux à deux, il en doit résulter $CX. CO :: BX. BN.$ Et $CO. CF :: VB. VF.$ On verra que les angles (*art.* 1.) infiniment petits $NBX$, & $BVF$, rendant aussi $BX = BN$, & $VB = VF$, il en doit résulter $CX = CF$. Donc $CF = \frac{dxdyds + ydsddx - ydxdds}{2ydy}$.

Mais en considerant, ainsi que l'on fait ici, l'arc (*d'osculum*) $BC$ comme un veritable arc de cercle dont $V$ est le centre, & $BF$ la tangente en $B$, perpendiculaire au rayon $BV$; la doctrine d'Euclide (*Prop. 36. Liv. 3.*) donne $\overline{BF}^2 = CF \times \overline{FV + CV}$: De sorte que la supposition de l'angle $BVF$ (*art.* 1.) infiniment petit, donnant aussi $FV = CV = BV$, & l'arc $BC = BF$, ce cas doit donner de même $\overline{BC}^2 = \overline{BF}^2 = CF \times \overline{FV + CV} = CF \times 2CV = 2CF \times BV$, & conséquemment aussi $BV = \frac{BC \times BC}{2CF}$.

Donc en substituant ici la valeur précedente de $CF$, avec les noms de $ds$ & de $r$, donnez à l'arc $BC$ & au rayon $BV$ dans l'art. 1. Cette consideration des élemens $AB$, $BC$, de la Courbe proposée $DBY$, comme de veritables arcs de son cercle osculateur $ABC$, donne enfin $r = \frac{ydyds^2}{dxdyds + ydsddx - ydxdds}$ pour l'explication génerale du rayon de ce cercle, ou de la Dévelopée de cette Courbe, sans y rien supposer de constant : & cette expression est précisément la même que la premiere des infiniment génerales que j'ai tirée dans les Memoires de 1701. pag. 26. de la consideration de cette même Courbe $DBY$ sous la forme de Polygone infiniti-latere, dont les côtez infiniment petits $AB$, $BC$, étoient regardés comme de petites lignes droites. *Ce qu'il falloit trouver.*

## AUTRE SOLUTION.

FIG II.

IV. Au lieu de $BP$, $LK$, $CM$, $CI$, $CO$, $CT$, soient $ET$, $Et$, perpendiculaires sur $EB$, $EC$, & qui rencontrent en $T$, $O$, $t$, les cordes $BA$, $CB$, prolongées de ce côté-là. Du point $O$ soit $OM$ perpendiculaire en $M$ sur $Bt$. Soit de plus du centre $E$ par $T$ l'arc $TK$ qui rencontre en $K$ la soûsecante $Et$, sur laquelle tombe aussi $TL$ perpendiculaire en $L$.

V. Tout le reste demeurant le même que dans l'art. 1. la construction qui rend (*art.* 4.) les triangles rectilignes rectangles $BGA$, $BET$, & $BHE$, $TLE$, semblables entr'eux, donnera $BG(dy).AG(dx)::BE(y).TE=\frac{ydx}{dy}::$ $BH(dx).TL=\frac{dx^2}{dy}$. La même construction rendant aussi (*art.* 4.) les triangles rectilignes rectangles $SEO$, $TLO$, semblables entr'eux, donnera pareillement $SE$ ou $CE(y)$. $EO$ ou $ET\left(\frac{ydx}{dy}\right)::TL\left(\frac{dx^2}{dy}\right).LO$ ou $KO=\frac{dx^3}{dy^2}$. Or si l'on prend la difference de la soûsecante $ET\left(\frac{ydx}{dy}\right)$ sans y rien supposer de constant, il vient $Et - ET$ ou $Kt = \frac{dxdy^2+ydyddx-ydxddy}{dy^2}$. Donc $Ot=\frac{dx^3+dxdy^2+ydyddx-ydxddy}{dy^2}$ (à cause de $dx^2+dy^2=ds^2$) $=\frac{dxds^2+ydyddx-ydxddy}{dy^2}$. De sorte que la construction rendant (*art.* 4.) les triangles rectilignes rectangles $CHB$, $CEt$, $OMt$, semblables entr'eux, l'on aura aussi $CB(ds).CH(dy)::Ot\left(\frac{dxds^2+ydyddx-ydxddy}{dy^2}\right).$ $OM=\frac{dxds^2+ydyddx-ydxddy}{dyds^2}$. Ajoûtez à cela que les triangles rectilignes semblables $BGA$, $BET$, donnent pareillement $BG(dy).BA(ds)::BE(y).BT$ ou $BO=\frac{yds}{dy}$. Donc l'angle $OBM$ étant égal à la moitié de l'arc (d'*osculum*) $ABC$, ou (*art.* 1.) à l'arc entier $BC$, lequel est aussi égal à l'angle $BVC$; les triangles rectilignes $OMB$, $FBV$, (*hyp.*) rectangles en $M$, $B$, donneront enfin $OM\left(\frac{dxds^2+ydyddx-ydxddy}{dyds}\right).$ $MB$ ou $BO\left(\frac{yds}{dy}\right)::BF$ ou $BC(ds).BV(r)=\frac{yds^3}{dxds^2+ydyddx-ydxddy}$. Et cette expression des rayons osculateurs, resultante de la consideration de la courbure des élémens de la Courbe proposée sans y rien supposer de constant, est encore la même que la troisiéme des infiniment generales des Memoires de 1701. pag. 27. tirées de la consideration de ces mêmes élemens regardez comme autant de petites lignes droites ou de côtez infiniment petits du Polygone infiniti-latere rectiligne sous la forme duquel cette Courbe étoit regardée. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

## TROISIE'ME SOLUTION.

FIG. III. VI. Soit encore *DBY* une Courbe quelconque dont les ordonnées *BE*, *CE*, &c. concourent en *E*; & dont les arcs *AB*, *BC*, ſoient encore deux élemens ou infiniment petits du premier genre. Soient de plus *BT*, *Ct*, deux tangentes de ces arcs en leur extrémitez *B*, *C*, dont la premiere prolongée en *S*. Après avoir fait les droits *ET*, *Et*, perpendiculaires aux ordonnées *BE*, *CE*, & qui rencontrent les tangentes *BT*, *Ct*, en *T*, *O*, *t*; ſoient les droites *TL*, *OM*, perpendiculaires en *L*, *M*, à *Et*, *Ct*; ſoient auſſi des centres *E*, *N*, les arcs circulaires *TK*, *OP*. Soient enfin les droites *AG*, *BH*, perpendiculaires ſur *BE*, *CE*, & qui prolongées rencontrent en *F*, *Q*, les tangentes *BT*, *Ct*.

Cela fait, ſoit encore *y* le nom des ordonnées *BE*, *CE*; *dx*, celui de leurs perpendiculaires *AG*, *BH*; *ds*, celui des arcs élémentaires *AB*, *BC*; & *r*, celui des rayons oſculateurs *BV*, *CV*.

VII. Tout cela ſuppoſé, & procedant à peu près comme dans la Solution 2. les triangles rectilignes (*conſtr.*) ſemblables *BGF*, *BET*, & *BHE*, *TLE*, donneront $BG\,(dy) . FG$ ou $AG\,(dx) :: BE\,(y) . TE = \frac{ydx}{dy} :: BH\,(dx) . TL = \frac{dx^2}{dy}$. Pareillement les triangles rectilignes (*conſtr.*) ſemblables *SEO*, *TLO*, donneront auſſi $SE$, ou $CE\,(y) . EO$ ou $ET\left(\frac{ydx}{dy}\right) :: TL\left(\frac{dx^2}{dy}\right) . LO$ ou $KO = \frac{dx^3}{dy^2}$. Or en prenant la difference de la ſoûtangente $ET\left(\frac{ydx^2}{dy}\right)$ ſans y rien ſuppoſer de conſtant, on la trouve être $ET - ET$ ou $Kt = \frac{dxdy^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$. Donc $Ot = \frac{dx^3 + dxdy^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$ (à cauſe de $dx^2 + dy^2 = ds^2$) $= \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$. Donc auſſi les triangles rectilignes (*conſtr.*) ſemblables *CHQ*, *QMt*, donneront $CQ$ ou $CB\,(ds) . CH\,(dy) :: Ot$

(dx

$\left(\frac{d \; \text{[illegible]} \; - y}{dy^2}\right)$. $OM$ ou $OP = \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dyds}$. De plus les triangles rectilignes (*constr*,) semblables $BGF$, $BET$, donnent pareillement $BG$ $(dy)$. $BF$ ou $BA$ $(ds)$ : : $BE$ $(y)$. $BT$ ou $NO = \frac{yds}{dy}$. De plus encore le quadrilatere rectiligne $VBNC$ ayant les angles droits en $B$, $C$, l'angle $BNC$ avec l'angle $V$ en doit valoir deux droits de même qu'avec l'angle $ONP$ : Ainsi ce dernier angle $ONP$ doit être égal à l'angle $V$, & le secteur $NOP$ être semblable au secteur $VBC$. Donc enfin $OP$ $\left(\frac{dxds^2 + dyddx - ydxddx}{dyds}\right)$. $ON$ $\left(\frac{yds}{dy}\right)$ : : $BC$ $(ds)$. $BV$ $(r) = \frac{yds^3}{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}$. Ce qui est la même expression des rayons osculateurs que celle qui vient d'être trouvée dans la précedente Solution 2.

*Voilà de quelle maniere ces expressions infiniment générales se peuvent trouver, sans considerer les Courbes sous aucune forme de Polygones rectilignes. Voici presentement plusieurs autres maniéres de les trouver encore en considerant les Courbes sous cette forme de Polygones infiniti-lateres rectilignes, dont quelques-unes m'ont été inspirées par l'Analyse des Infiniment petits.*

## PROBLÊME II.

*Une Courbe quelconque, dont les ordonnées concourent en quelque point que ce soit, étant encore donnée, trouver encore une expression générale de ses rayons osculateurs sans y rien supposer de constant; mais en regardant presentement cette Courbe comme un Polygone infiniti latere rectiligne.*

### PREMIERE SOLUTION.

VIII. Soit $DBY$ la Courbe proposée, dont les ordonnées $BE$, $CE$, &c. concourent toutes au point $E$. Soient de plus $BV$, $CV$, deux de ses rayons osculateurs infiniment proches l'un de l'autre, lesquels se rencontrent en $V$; soient aussi par leurs extremités $B$, $C$, les tangentes $BT$, $Ct$, faites des petits côtés prolongés $BA$, $CB$, de la FIG. IV.

Courbe conſiderée comme polygone réctiligne infinitilatere, leſquels ſe joignent en $B$. Soient $ET$, $Et$, perpendiculaires en $E$ aux ordonnées $BE$, $CE$, de cette Courbe, & qui rencontrent en $T$, $t$, les tangentes $BT$, $Ct$, qui leur répondent, & dont $CE$ rencontre encore $TB$ prolongée en $S$. Du centre $E$ par les points $A$: $B$, $T$, ſoient les petits arcs des cercles $AG$, $BH$, $TK$, qui rencontrent $BE$, $CE$, $Et$, en $G$, $H$, $K$. Enfin du centre $B$ par le point $O$, ou $BT$ rencontre $Et$, ſoit l'arc $OP$ qui rencontre $Ct$ en $P$.

IX Cela fait, les angles droits $VCB$, ou $VCt$, & $VBT$, rendant les angles en $B$, $V$, des triangles iſoſcelles $OBP$, $BVC$, égaux entr'eux, ces triangles ſeront ſemblables, de même que le ſont les triangles $SEO$, $TKO$; $BGA$, $BET$; & les petits ſecteurs $EBH$, $ETK$. Donc $OP. BO$ ou $Ct :: BC.$ $BV = \frac{BC \times Ct}{OP}$. Et en appellant les ordonnées $BE$ ou $CE$, $y$; $BG$ ou $CH$, $dy$; $AG$ ou $BH$, $dx$; & $AB$ ou $BC$, $ds$; l'on aura pareillement $BG\,(dy).\,AG\,(dx) :: BE\,(y).\,ET = \frac{ydx}{dy} :: BH\,(dx).\,TK = \frac{dx^2}{dy}$. Et $SE$ ou $GE\,(y).\,EO$ ou $ET = \left(\frac{ydx}{dy}\right) :: TK\left(\frac{dx^2}{y}\right).$ $KO = \frac{dx^3}{dy^2}$. Or ſi l'on prend la difference de $ET\,\left(\frac{xdx}{dy}\right)$ ſans y rien ſuppoſer de conſtant, il vient $Et - ET$ ou $Kt$ $= \frac{dxdy^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$; & partant $OK + Kt$ ou $Ot$ $= \frac{dx^3 + dxdy^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$ (à cauſe de $dx^2 + dy^2 = ds^2$) $= \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}$

X. De plus les triangles ſemblables $CHB$, $GEt$, $OPt$, donnent $BC\,(ds).\,CH\,(dy) :: Ct.\,CE\,(y) :: Ot$ $\left(\frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dy^2}\right).\ OP = \frac{dxds^2 + ydyddx - ydxddy}{dyds}$. D'où réſulte auſſi $Ct = \frac{yds}{dy}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $OP$, $Ct$, avec celle de $BC\,(ds)$, dans la formule $BV$ $= \frac{BC \times Ct}{OP}$ trouvée cy-deſſus art. 9. l'on aura auſſi $BV =$ $\frac{yds^3}{dxdy + dyddx - ydxddy}$ pour l'expreſſion génerale cherchée des rayons osculateurs de toutes sortes de Courbe, laquelle est la même que celle des art. 5. 7. & dans laquelle il n'y a encore rien de constant. *Ce qu'il falloit encore trouver.*

## SECONDE SOLUTION.

XI. Au lieu des tangentes, *BT*, *Ct*, de leurs soûtangentes *ET*, *Et*, & des petits arcs *TK*, *OP*, soient du point *V* les perpendiculaires *Vm*, *VM*, sur les ordonnées *BE*, *CE*, dont celle-ci *CE* soit rencontrée en *N* par *VM* perpendiculaire sur l'autre *BE*, de qui la partie *MB* soit appellée $v$.

Tout le reste demeurant le même que cy-dessus art. 8. & 9. les triangles semblables *BHC*, *BMV*, donneront $BH\ (dx).\ BC\ (ds) :: MB\ (v).\ BV = \frac{vds}{dx}$. Donc *BV* étant constante, sa différence $\frac{dvdxds + vdxdds - vdsddx}{dx^2}$ doit être $= o$. Donc $v = \frac{dvdxds}{dsddx - dxdds}$. Mais les mêmes triangles semblables *BHC*, *BMV*, donnnent aussi $BH\ (dx).\ CH\ (y) :: MB\ (v).\ MV$ ou $mV = \frac{vdy}{dx}$. Et à cause de triangles semblables *BEH*, *NVm*, l'on aura de même $BE\ (y).\ mV\ \left(\frac{vdy}{dx}\right) :: BH\ (dx).\ Nm = \frac{vdy}{y}$. Donc $dy - \frac{vdy}{y} = CH - Nm = dv$, à cause que (*hyp.*) $v = MB = EB - EM$, c'est-à-dire, $dv = \frac{ydy - vdy}{y}$. Donc aussi en substituant cette valeur de $dv$ dans la précedente équation $v = \frac{dvdxds}{dsddx - dxdds}$, l'on aura $yvdsddx - yvdxdds = ydydxds - vdydxds$; ce qui donne $v\ (MB) = \frac{ydxdyds}{ydsddx - ydxdds + dxdyds}$. Mais les triangles semblables *BHC*, *BMV*, donnent encore $BH\ (dx)\ BC\ (ds) :: MB\left(\frac{ydxdyds}{ydsddx - ydxdds + dxdyds}\right)$. $BV = \frac{ydyds}{ydsddx - ydxdds + dxdyds}$. Ce qui est encore une autre expression générales des rayons des Dévelopées de toutes sortes de Courbes, dans laquelle il n'y a encore rien de constant, & qui est aussi la même que celle de l'art. 3. ci-dessus. Ce qu'il falloit encore trouver ; & ce que l'équation $BV = \frac{vds}{dx}$ trouvée ci-dessus, auroit aussi donné en y substituant la derniere valeur de $v$.

## TROISIE'ME SOLUTION.

XII. Toutes demeurant les mêmes que dans l'art. 11. excepté qu'au lieu de $BM = v$, on suppose ici le rayon osculateur $BV = r$ constant. Les triangles semblables $BHC$, $BMV$, donneront $BC\ (ds).\ BH\ (dx) :: BV\ (r).\ BM = \frac{rdx}{ds}$. Et $BC\ (ds).\ CH\ (dy) :: BV\ (r).\ MV = \frac{rdy}{ds}$. De qui la différence est $MN = \frac{-rdsddy + rdydds}{ds^2}$ négative à cause que $BE\ (y)$ & $MV\ \left(\frac{rdy}{ds}\right)$ croissent alternativement, & qu'on fait ici $dy$ positif. Donc $BH - MN\ \left(dx - \frac{rdydds + rdsddy}{ds^2}\right).\ BH\ (dx) :: BM\ \left(\frac{rdx}{ds}\right).BE(y)$. Ce qui donne $ydxds^2 - rydydds + rydsddy = rdsdx^2$ ; & par conséquent $r\ (BV) = \frac{ydxds^2}{dsdx^2 + ydydds - ydsddy}$. Ce qui est encore une expression génerale du rayon osculateur telle qu'on la demande.

## QUATRIE'ME SOLUTION.

XIII. Au lieu des droites $VM$, $Vm$, soient du point $E$ les perpendiculaires $EF$, $Ef$, sur les rayons osculateurs $BV$, $CV$, dont le premier $BV$ soit rencontré en $L$ par $Ef$ perpendiculaire sur le second $CV$.

Tout le reste demeurant le même que daus l'art. 11. les triangles semblables $BHC$, $BFE$, donneront $BC\ (ds).\ BH\ (dx) :: BE\ (y).\ BF$ ou $BL = \frac{ydr}{ds}$. Et $BC\ (ds).\ CH\ (dy) :: BE\ (y).\ EL = \frac{ydy}{ds}$. De qui la difference est $Lf = \frac{dsdy^2 + ydsddy - ydydds}{ds^2}$. Donc à cause des triangles semblables

$BVC$, $LVf$, l'on aura aussi $BC - Lf \left( \frac{ds^3 - dsdy^2 - ydsddy + ydydds}{ds^2} \right)$. $BC$ $(ds)$ : : $BL$ $\left(\frac{ydx}{ds}\right)$. $BV$ $(r) = \frac{ydxds^2}{ds^3 - dsdy^2 - ydsddy + ydydds}$ (à cause de $dx^2 = ds^2 - dy^2$) $= \frac{ydxds^2}{dsdx^2 - ydsddy + ydydds}$. Ce qui est la même expression générale cherchée que celle de l'art. 12.

## Cinquième Solution.

XIV. Soit encore une Courbe quelconque $DBY$, dont $AB$, $BC$, soient deux des côtés infiniment petits en la considerant encore comme polygone infiniti latere rectilignes, & dont les ordonnées $BE$, $CE$, &c. concourent toutes au point $E$. De ce centre $E$ par les points $A$, $B$, $L$. soient les arcs $AG$, $BH$, $LO$, en prenant aussi $BL$ pour infiniment petite du premiere genre. Ensuite après avoir décrit du centre $B$ l'arc $AM$ qui rencontre $LO$ en $R$, & le petit côté $CB$ prolongé ou la tangente $BK$ en $M$; soit l'angle $KBO$ égal à l'angle $CBE$, & dont le côté $BO$ rencontre cet arc $AM$ en $N$, & $LO$ en $O$. Soit de plus $AP$ parallele à $BE$, & qui rencontre aussi $LO$ en $P$. Fig. V.

Soient enfin appellées $AG$ ou $BH$, $dx$; $AB$ ou $BC$, $ds$; & $BE$ ou $CE$, $y$; ce qui donnera aussi $BG$ ou $CH = dy$ positive en prenant l'origine de tout cela du côté de $D$.

Cela posé, les triangles (*constr.*) semblables $HEB$ & $MBN$ donneront $EB$ $(y)$. $BH$ $(dx)$ : : $BM$ ou $BA$ $(ds)$. $MN = \frac{dxds}{y}$. Pareillement les triangles (*constr.*) semblables $OLB$, $ONR$, & $APR$, donneront aussi $OL$ ou $AG$ $(dx)$. $BL$ ou $BG$ $(dy)$ : : $ON$. $NR = \frac{ON \times dy}{dx}$. Et $OL$ ou $AG$ $(dx)$. $BO$ ou $BA$ $(ds)$ : : $AP$. $AR = \frac{AP \times ds}{dx}$. Donc $AM$ $(MN + NR + RA)$ $\frac{dxds}{y} + \frac{ON \times dy}{dx} + \frac{AP \times ds}{dx} = \frac{dsdx^2 + ON \times ydy + AP \times yds}{ydx}$.

Or si l'on imagine que $AV$, $BV$, soient deux rayons de la Dévelopée de la Courbe $DBY$, la ressemblance des triangles $BVA$, $MBA$, donnera de plus $AM$

$\left(\frac{dsdx + {}^{2}ON \times ydy + AP \times yds}{yax}\right)$. $AB\ (ds)$ : : $AB\ (ds)$. $BV =$
$= \frac{ydxds^2}{dsdx^2 + yd\ \times ON + yds \times AP}$.

XV. Quant aux valeurs de $ON$ & de $AP$, elles se détermineront en supoſant $BL = CH$; car alors (les triangles $HCB$ & $LBO$ ſe trouvant non-ſeulement ſemblables, à cauſe que leurs angles en $H$ & en $L$ ſont ſuppoſés droits & que ceux-ci $EBO + OBR = EBR = ECB + CEB$ (*hyp.*) $= FCB + OOBR$, donnent $EBO = ECB$; mais encore égaux en tout à cauſe qu'on ſuppoſe auſſi $BL = CH$) l'on aura $ON = B = BA = CB - BA = dds$, & $AP = BG = BL = BG - CH = -\ ddy$ négative, à cauſe que $dy$ diminuë pendant que tout le reſte angmente. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $ON$ & de $AP$ dans la précedente (*art.* 14.) de $BV$, l'on aura $BV = \frac{ydxdsds_2}{dsdx^2 + ydydds - ydsddy}$. Ce qui eſt encore une expreſſion générale des rayons oſculateurs, dans laquelle il n'y a encore rien de conſtant, & la même encore que celle des deux Solutions précedentes art. 12. & 13.

## REMARQUE.

XVI. Les Memoires de l'Academie de 1701. pag. 25. &c. fourniſſent encore une ſixiéme Solution de ce Probl. 2. toute auſſi générale que les précédentes, ne renfermant (non plus qu'elles) rien de conſtant. Outres les trois Formules des rayons oſculateurs qu'elles & celles du Probl. 1. donnent ces Memoires de 1701. pag. 29. en contiennent encore trois autres tirées de celles-là : les voici encore ici pour n'être pas obligé de recourir à ces Memoires dans l'uſage qu'on en fait dans ceux-ci pag. 201. & 218.

Pour cela ſoit dans les Fig. 4. & 5. l'arc de cercle $DQ = z$ décrit du centre $E$ & du rayon $DE = a$. Cela fait, on aura $EQ\ (a)$. $EB\ (y)$ : : $Qq\ (dz)$. $BH\ (dx)$. Ce qui donnant $dx = \frac{xdz}{a}$, & $ddx = \frac{dydz + yddz}{a}$, il n'y aura qu'à ſubſtituer ces valeurs de $dx$ & de $ddx$ en leurs places dans les trois Formules des rayons oſculateurs trouvées dans les

FIG. IV. V.

Solutions précedentes des Probl. 1. & 2. pour avoir les trois autres ſuppoſées ci-deſſus pag. 201. & 218. Les voici toutes ſix pour n'être pas obligé de recourir aux Mèmoires de 1701. qu'on y ſuppoſe, & dans l'ordre des Formules des forces centrales où l'on s'en eſt ſervi, ſoient encore ces rayons appellés $r$.

*Formules infiniment generales des Rayons oſculateurs.*

1°. $r = \frac{y\,dy\,ds^2}{dx\,ddy\,ds + y\,ds\,ddx - y\,dx\,dds}$.

2°. $r = \frac{y\,dx\,ds^2}{ds\,dx^2 + y\,dy\,dds - y\,dx\,ddy}$.

3.° $r = \frac{y\,ds^3}{dx\,ds^2 + y\,dy\,ddx - y\,dx\,ddy}$.

4°. $r = \frac{a\,dy\,ds^2}{2dz\,dy\,ds + ya\,s\,ddz - ya\,z\,dds}$.

5°. $r = \frac{ay\,dz\,ds^2}{y\,ds\,dz^2 + aa\,dy\,dds - aa\,ds\,ddy}$.

6°. $r = \frac{a\,ds^3}{a\,dz\,ds^2 + a\,dz\,dy^2 + y\,dy\,ddz - y\,dz\,ddy}$.

Voilà ce que donnent les précedentes Solutions analytiques des Probl. 1. & 2. en voici preſentement une autre purement geometrique, laquelle ſuppoſant à l'ordinaire les élemens des Courbes & de leurs coordonnées ſucceſſivement conſtans, ſe trouve reſtrainte à ces conditions comme tout ce que j'ay vû juſqu'ici d'autres Solutions de pareils Problêmes, leſquelles n'ont d'univerſalité qu'autant qu'elles fourniſſent de formules generales pour chacune de ces hypothêſes, & non aucune qui convienne à toutes à la fois, comme font les formules précédentes, leſquelles on voit pourtant avoir été aſſez faciles à trouver; mais on ne penſe pas à tout.

## PROBLÊME III.

FIG. VI. *Soit encore une Courbe quelconque* DBY, *dont* AE. BE, CE, *ſoient trois ordonnées infiniment proches les unes des autres, leſquelles concourent avec toutes les autres au point* E, *duquel point (comme centre) ſoient décrits les arcs circulaires* AG, BH; *ſoient auſſi* BV, CV, *deux des rayons de ſa Dévelopée. De plus après avoir prolongé en* R *le petit côté* AB *de cette Courbe conſiderée ſous la forme de polygone infiniti-latere réctiligne, enſorte que* BR *en ſoit une touchante en* B, *ſoit fait l'angle* RBP *égal à l'angle* BEA; *& du point* B (*comme centre*) *l'arc* CON *qui rencontre la Courbe en* C, *ſa tangente en* N, *& la droite* BP *en* O, *laquelle eſt auſſi rencontrée en* P *par* EC *prolongée. Soient enfin faites* OQ *&* CM *paralleles à* BH, *avec* OK *&* ML *paralleles auſſi à* PH. *On demande preſentement de trouver par la ſeule geometrie l'expreſſion generale des rayons oſculateurs* BV, CV, *&c. dans chacune des hypothêſes des élémens* BC, BH, CH, *ſucceſſivement conſtans.*

### SOLUTION.

XVII. Puiſque $AER$ eſt (*hyp.*) une ligne droite, l'on aura l'angle $EBR = EAB + BEA = EAB + RBP$; & par conſéquent l'angle $EB. = EAB$. Donc en retranchant de part & d'autre les angles droits $EAG$, $EBH$, il reſtera l'angle $GAB = HBP$. Ainſi les angles en $G$, $H$, $K$, $L$, étant (*hyp.*) droits, auſſi-bien que les angles $COM$ ou $COP$, & $KOQ$; les triangles $AGB$, $BHP$, $BKO$, $BLM$, $COP$, $CQO$, & $MOC$, ſeront tous ſemblables entr'eux. Cela poſé.

1°. Si l'on ſuppoſe $BC$ conſtante, c'eſt-à-dire, $BC = AB$, les triangles ſemblables $BKO$, $CQO$, donneront $OK$ $(CH)$. $BO$ $(BC)$ :: $OQ$ $(HK)$. $CO = \frac{BC \times HK}{CH}$. Et $BK$ $(BH)$. $BO$ $(BC)$ :: $CQ$. $CO = \frac{EG \times CQ}{BH}$.

2°. Si l'on ſuppoſe $BH$ conſtante, c'eſt-à-dire $BH = BG$, la reſſemblance des triangles $BHP$, $COP$, donnera de même

même $BP\ (BC).\ BH::CP.\ CO = \frac{BH \times CP}{BC}$ Et $HP$ $(HC).\ BH::OP.\ CO = \frac{BH \times OP}{HC}$

3°. Enfin si l'on suppose $CH$ constante, c'est-à-dire, $CH = BG$, la ressemblance des triangles $BLM$, $MOC$, donnera aussi de même $BM\ (BC).\ ML\ (CH)::MC$ $(LH)\ CO = \frac{CH \times LH}{BC}$. Et $BL\ (BH).\ ML\ (CH)::MO.\ CO$ $= \frac{CH \times MO}{BH}$.

XVIII. Donc les triangles (*constr.*) semblables $CVB$ & $CBN$, $AEG$ & $NBO$, donnant $BV.\ BC::BC.\ CN = \frac{BC \times BC}{BV}$. Et $AE.\ AG\ (BH)::BN\ (BC).\ NO = \frac{BC \times BH}{AE}$. Et par conséquent aussi $CO\ (CN - NO) = \frac{BC \times BC}{BV} - \frac{BC \times BH}{AE}$ $= \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$. Si l'on égale successivement cette derniere valeur de $CO$ à chacune des six qu'on lui vient de trouver dans l'art. 17. l'on aura

*Dans l'hypothèse de* BC *constante*,

1°. $\frac{BC \times HK}{CH} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times CH}{AE \times HK + BH \times CH}$.

2°. $\frac{BC \times CQ}{BH} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times BH}{AE \times CQ + BH \times BH}$.

*Dans l'hypothèse de* BH *constante*,

3°. $\frac{BH \times CP}{BC} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times BC \times BC}{AE \times BH \times CP + BH \times BC \times BC}$.

4°. $\frac{BH \times OP}{HC} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte $BV = \frac{AE \times BC \times BC \times HC}{AE \times BH \times OP + BH \times BC \times HC}$.

*Dans l'hypothêse de* CH *constante*,

5°. $\frac{CH \times LH}{BC} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BV}{AE \times BV}$, d'où résulte

$BV = \frac{AE \times BC \times BC \times BC}{AE \times CH \times LH + BH \times BC \times BC}$.

6°. $\frac{CH \times MO}{BH} = \frac{AE \times BC \times BC - BC \times BH \times BC}{AE \times BV}$, d'où résulte

$BV = \frac{AE \times BC \times BC \times BH}{AE \times CH \times MO + BC \times BH \times BH}$.

Telles sont les expressions purement geometriques des rayons osculateurs de toutes sortes de Courbes dans les trois hypothêses précedentes; & *c'est tout ce qu'il falloit ici trouver.*

## COROLLAIRE.

XIX. Voilà en géneral pour les Courbes dont les ordonnées partent d'uu même point $E$; & par conséquent en regardant ce point comme infiniment éloigné, c'est-à-dire, $AE$ comme infinie, ainsi qu'elle le doit devenir dans les cas des ordonnées paralleles entr'elles, l'art. 18. donnera pour ce cas.

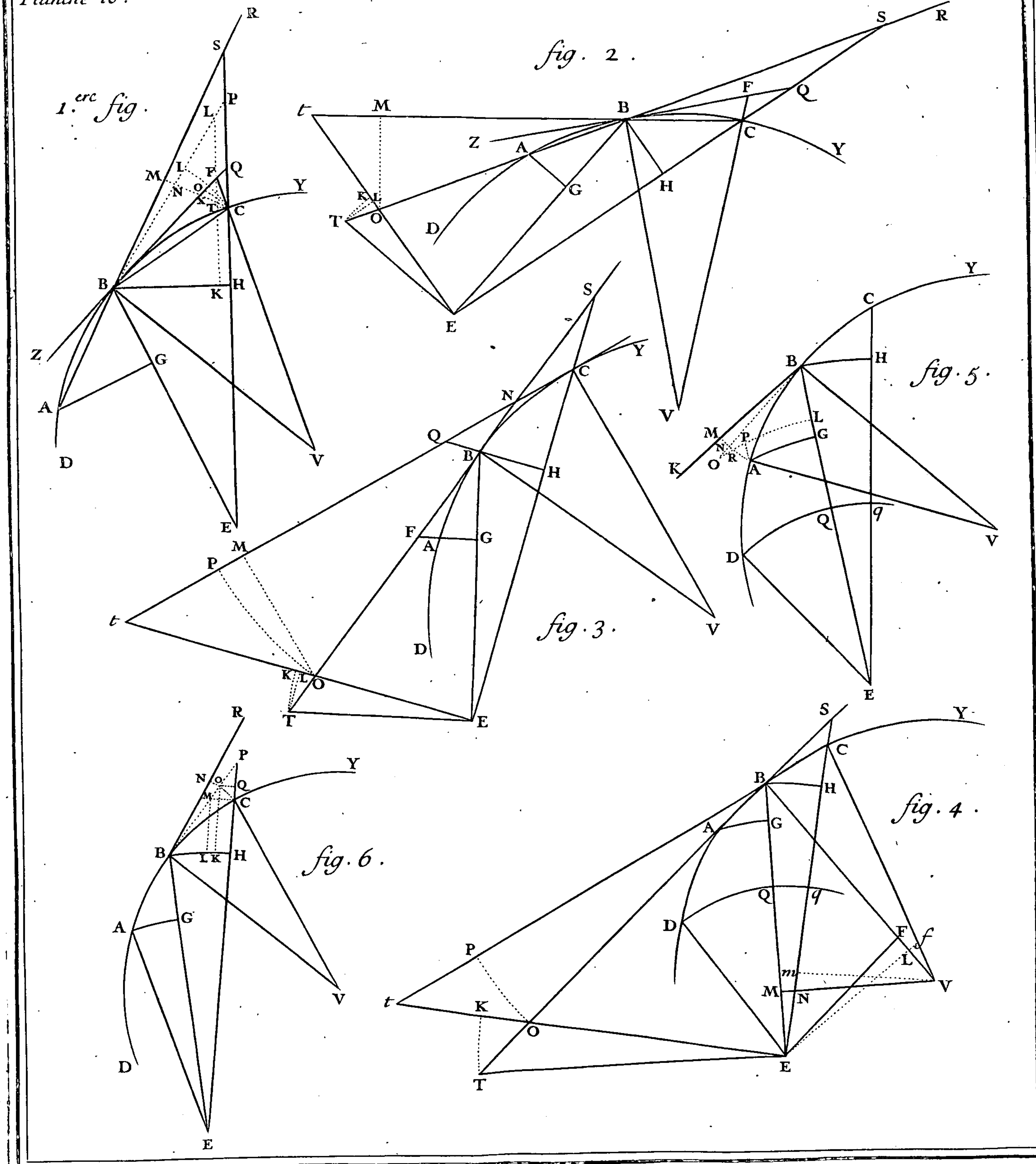
1°. (*nomb.* 1.) $BV = \frac{BC \times CH}{HK}$, & (*nombr.* 2.) $BV = \frac{BH \times BH}{CQ}$, en supposant $BC$ constante.

2°. (*nomb.* 3.) $BV = \frac{BC \times BC \times BC}{BH \times CP}$, & (*nomb.* 4.) $BV = \frac{BC \times BC \times HC}{BH \times OP}$, en supposant $BH$ constante.

3°. (*nomb.* 5.) $BV = \frac{BC \times BC \times BC}{CH \times LH}$, & (*nomb.* 6.) $BV = \frac{BC \times BC \times BH}{CH \times MO}$, en supposant $CH$ constante.

## SCHOLIE.

XX. Ces six dernieres formules pourroient encore se trouver seules par la même synthese que les six générales de l'art. 18. d'où elles se déduisent. En si l'on vouloit avoir le tout en termes analytiques, il n'y auroit qu'à appeller $BV$, $r$; $AE$ ou $BE$ ou $CE$, $y$; $BG$ ou $CH$, $dy$; $AG$ ou


1.ere fig.
fig. 2.
fig. 3.
fig. 4.
fig. 5.
fig. 6.

$BH$, $dx$; & $AB$ ou $BC$, $ds$ : Ce qui en prenant l'origine de tout cela du côté de $D$, donneroit $QC = - ddy$, $HK = ddx$, dans le cas de $BC$ ($ds$) constante ; $CP = - ddy$, $OP = dds$, dans le cas de $BH$ ($dx$) constante ; & $LH = ddx$, $MO = dds$, dans le cas de $CH$ ($dy$) constante : Et la substitution de tous ces noms dans les formules des art. 18. & 19. les rendroit toutes en termes analytiques, & les mêmes qu'elles resulteroient des infiniment generales trouvées dans les Solutions des Prob. 1. & 2. cy-dessus, en y supposant successivement $ds$, $dx$, $dy$, constantes, & de plus ensuite $y$ infinie pour le cas des ordonnées paralleles entr'elles. Tout cela est presentement trop clair pour s'y arrêter davantage.

*Au reste je crois devoir avertir que la Démonstration de l'art. 6. pag. 293. des Mem. de 1704. est de M. (Jean) Bernoulli.*

---

# ANALYSE CHIMIQUE

## DE L'EPONGE

## DE LA MOYENNE ESPECE.

### PAR M. GEOFFROY.

L'Analyse que Mrs de la Societé Royale de Montpellier ont faite des Plantes nommées *Litophyton*, dont ils ont tiré une quantité assez considerable de sel volatil urineux, m'a fait soupçonner que cette espece de Plante marine ne seroit peut-être pas la seule qui fourniroit du sel volatil urineux. Dans cette pensée j'ay entrepris de travailler sur l'Eponge, qui est la Plante marine que j'ai trouvée le plutôt sous ma main. 1706. 22. Dec.

Cette Eponge brûlée à la chandelle ou sur les charbons sent la corne ou les cheveux brûlez.

Une livre d'Eponge prise dans un tems humide, après avoir été sechée dans une étuve & separée autant qu'il eſt poſſible du ſable & de la terre qu'elle contenoit, s'eſt trouvée réduite à onze onces. Ces onze onces de matiere ont été diſtillées à feu gradué. On a ſeparé toutes les ſubſtances qui ſont venuës par la diſtillation, & on a rectifié le ſel & l'eſprit; après quoi il s'eſt trouvé une once quatre gros & demi de phlegme rouſſâtre, ou d'eſprit fort foible qui avoit un peu d'odeur & de ſaveur, une once & demi d'eſprit volatil, urineux une once quatre gros & demi de ſel volatil urineux, une demi-once d'huile fetide épaiſſe, demi-once de ſel fixe, qui contenoit outre l'alcali lixiviel un peu de ſel marin, & cinq onces de tête-morte, dans laquelle ayant paſſé le couteau aimanté, il s'eſt rencontré quelques parcelles de fer.

Le poids de ces matieres raſſemblé fait en tout dix onces cinq gros; par conſequent il y a eu trois gros de perte, tant par la diſſipation des eſprits, que parce que les vaiſſeaux retiennent toûjours quelque peu des matieres.

Par cette Analyſe comparée avec celle que M. Tournefort a faite de la Soye rapportée dans les Memoires de 1700, l'Eponge donne preſqu'autant de ſel volatil que la Soye, qui eſt de toutes les matieres tirées des animaux celle qui en donne le plus. Car quinze onces de Soye ont donné deux onces deux gros de ſel volatil concret, & onze onces d'Eponge en ont produit une once quatre gros & demi, ce qui ne fait environ que quatre grains de difference pour once, ce qui eſt peu de choſe.

Il eſt fait mention dans la Pharmacopée de Bathe de ce ſel volatil d'Eponge, ſans marquer cependant que cette Plante en fourniſſe une ſi grande quantité. L'Auteur de ce Livre recommande fort l'eſprit & le ſel volatil d'Eponge pour la gravelle, les tumeurs ſcrophuleuſes & les goëtres, & ſon ſel fixe comme un excellent antinephretique.

# OBSERVATION ANATOMIQUE.

PAR M. GEOFFROY.

UN homme après avoir été attaqué pendant deux ans d'accès de phrenesie très-violens, mourut d'un abcès au foye. 1706. 22. Dec.

On trouva à l'ouverture de son corps outre l'abcès du foye qui étoit assez considerable pour contenir les deux points, trente-trois petites pierres dans la vesicule du fiel, dont les unes étoient grosses comme des noyaux de nesle, & les autres à peu près comme des grains d'orge, toutes de figure irreguliere, legeres, friables, inflammables, & qui ne parurent que de la bile épaissie & grumelée.

Après avoir levé le crane avec peine à cause de la forte adherence de la dure mere, on apperçut cette membrane beaucoup plus épaisse & plus ferme qu'elle ne l'est ordinairement.

Cette partie qu'on nomme la faux à cause de sa figure, étoit ossifiée presque dans toute sa longueur; ou plutôt cette membrane paroissoit revêtuë presque partout de lames osseuses. On pouvoit en quelques endroits les separer aisément de la membrane sans la rompre, en d'autres elles y étoient tellement unies qu'on ne pouvoit les détacher sans la détruire, & en quelques-uns on ne distinguoit point du tout la membrane de la substance osseuse. Ces lames étoient fort inégales & raboteuses, ayant dans quelques endroits deux à trois lignes d'épaisseur.

L'extremité de cette faux osseuse étoit fortement attachée à l'épine ou crête de l'os ethmoïdes, de maniere qu'on ne pût la détacher sans la rompre.

La pie-mere étoit plus épaisse qu'à l'ordinaire, elle avoit presque la même fermeté qu'a coûtume d'avoir la dure-mere dans les autres sujets. On la levoit avec facilité de dessus la substance du cerveau, même dans les anfractuosités, & elle étoit toute parsemées de vaisseaux sanguins fort engorgés de sang.

La substance du cerveau étoit fort dessechée, & beaucoup plus ferme qu'elle ne l'est ordinairement. Ses circonvolutions, qui imitent assez bien celles des menus intestins, y étoient d'autant plus distinctes que les sillons entre ces circonvolutions étoient devenus larges & profonds par le desséchement du cerveau. Nonobstant ce dessechement on a trouvé dans les ventricules une serosité assez abondante.

La substance du cervelet avoit conservé sa consistance naturelle.

Cet homme qui avoit passé sa vie dans des applications continuelles qui demandoient beaucoup de contention d'esprit, avoit fait aussi un fort grand usage du vin & des liqueurs spiritueuses; & c'est à cet usage outré que l'on peut attribuer la principale cause de sa maladie, & du desordre qui s'est trouvé dans la tête & dans le foye.

Le mal que peut faire dans nous l'usage des liqueurs spiritueuses est très considerable. Ce malade l'avoit éprouvé pendant sa maladie plusieurs fois dans une circonstance particuliere. Car ayant été obligé de lui donner quelques teintures d'Opium pour calmer des insomnies fâcheuses qui accompagnoient ses accès de phrenesie, toutes les fois qu'on lui donnoit les teintures avec l'esprit de vin, non seulement il n'étoit point calmé, mais il tomboit dans des accès encore plus violens, au lieu que les teintures avec l'eau le calmoient & lui donnoient quelques heures de sommeil.

On n'est pas assez persuadé de ce mauvais effet des liqueurs spiritueuses, & même de l'usage immoderé du vin. Prévenu en faveur de ces liqueurs qui flatent très-agreablement le goût, chacun croit prendre des forces & de la vie en les prenant, & on ne s'apperçoit pas qu'elles ne paroissent fortifier qu'en augmentant le ressort des fibres, &

qu'elles l'augmentent quelquefois à un point qu'elles les rendent trop roidés & même tout-à-fait osseuses : qu'elles épaississent tous les sucs du corps, qu'elles les coagulent quelquefois jusqu'à les convertir en pierre ; & que c'est par-là que ces liqueurs engendrent la goutte, la gravelle, la pierre, & qu'elles causent des vapeurs, des affections convulsives, des rhumatismes, des apoplexies, & des paralysies. Une seule experience peut convaincre de cette verité.

Si on verse sur la sérosité du sang de l'esprit de vin bien rectifié, cette sérosité qui est claire se grumelle aussitôt, & se caille en une masse blanche, qui se durcit peu à peu, comme du blanc d'œuf cuit, si on la tient à une legere chaleur de digestion. L'esprit de vin caille la bile de la même maniere. On peut juger delà ce que l'on doit attendre de l'usage immoderé du vin, & encore plus des liqueurs spiritueuses que l'on en tire.

---

# OBSERVATIONS

## *De l'Eclipse de Lune du 21 Octobre 1706 faites à Marseille & à Bologne.*

### PAR M. MARALDI.

NOus avons reçû deux Observations de l'Eclipse de Lune du 21 Octobre dernier, dont nous ne pûmes observer rien de précis à l'Observatoire, à cause que la Lune pendant l'Eclipse étoit dans des nuages, qui ne permettoient pas de voir les taches ni le terme de l'ombre que confusément ; de sorte que nous ne pûmes déterminer les phases avec assez d'évidence. 1706. 22. Dec.

Une de ces Observations a été faite à Marseille par le P. Laval & par M. Chazelles dans l'Observatoire des PP. Jesuites. Voici ce qu'ils en ont écrit.

On n'esperoit pas d'observer cette Eclipse, le Ciel ayant été fort couvert l'après-midy du 21 ; mais la pluïe ayant cessé sur les six heures du soir, & le vent étant sauté du Sud-Est au Sud-Oüest aux nuages, quoiqu'à la terre il fût toûjours Sud-Est, il se fit quelques ouvertures aux nuages qui donnerent lieu d'observer les phases suivantes. Les Lunettes dont on s'est servi sont de trois pieds, ce sont les deux du quart de cercle qui sont excellentes.

A six heures 29′ 30″ la Lune paroissant entre des nuages étoit déja éclipsée d'environ deux doigts ; mais on ne pouvoit pas distinguer par quelles taches l'ombre passoit.

A $6^h$ 46′ 30″ la mer Caspie éloignée de l'ombre de la distance de son grand diametre.

A $7^h$ 47′ 30″ la Lune paroissant foiblement à travers des nuages étoit éclipsée de plus de deux tiers ; mais on ne distinguoit pas assez l'ombre de la penombre à cause des nuages.

| | | |
|---|---|---|
| A $8^h$ 2′ | 0″ | Copernic touche l'ombre & commence à sortir. |
| 4 | 26 | Aristarchus sur le bord de l'ombre. |
| 6 | 21 | Copernicus tout dehors. |
| 7 | 0 | Petanius sur le bord de l'ombre. |
| 9 | 37 | Catharina sur le bord de l'ombre. |
| 13 | 15 | Eratosthene hors de l'ombre. |
| 15 | 36 | Insula sinus medii hors de l'ombre. |
| 18 | 21 | Langrenus sur le bord de l'ombre. |
| 20 | 0 | Heraclides hors de l'ombre. |
| 21 | 7 | Timocaris hors de l'ombre. |
| 21 | 46 | Harpalus hors de l'ombre. |
| 24 | 21 | Helicon sort de l'ombre. |

Le Ciel étant serein l'ombre paroissoit bien tranchée lorsqu'on observoit ces taches ; mais des foibles nuages ayant de nouveau couvert la Lune empêcherent de bien distinguer les taches pendant un tems considerable, & furent cause que l'ombre & la penombre étoient confonduës.

A $8^h$

A 8h 37′ 35″ Langrenus entierement sorti, cette tache a demeuré long-temps sur le bord de l'ombre.
29 2 Possidonius & Teruntius hors de l'ombre.
44 26 La mer Caspie commence à sortir.
47 19 Proclus hors de l'ombre.
50 16 La mer Caspie entierement hors de l'ombre.
52 16 Fin de l'Eclipse à la Lunete.

Le Ciel étoit serein & l'ombre bien tranchée pendant qu'on observoit ces dernieres taches. L'Eclipse a fini entre la mer Caspie & Messala, mais plus près de Messala; l'horloge avoit été reglée par des hauteurs correspondantes du Soleil, & on connoissoit son état par une suite de hauteurs correspondantes prises depuis le commencement du mois de Septembre.

L'autre Observation a été faite à Bologne dans l'Observatoire de M. le Comte Marsigli par Mrs Manfridi & Scantari. Ils observerent cette Eclipse par deux Lunetes de huit pieds, dont une servoit à marquer l'arrivée de l'ombre aux taches de la Lune, l'autre à marquer la grandeur de l'Eclipse en mesurant par un Micrometre la partie de la Lune qui restoit claire & son diametre apparent.

Ils ne purent pas observer le commencement de l'Eclipse à cause des nuages.

A 7h 36′ la Lune commence de paroître entre les nuages quand sa partie éclipsée étoit déja assez grande.

Voici le détail de ce qu'ils observerent comme nous l'avons reçû.

7h 43′ *Deficiebat paulo plus quàm dimidia.*
7 52 50 *Umbra per Grimaldum, cujus adhuc notabilis pars latet.*
7 56 10 *Pars illuminata in minutis & secundis circuli maximi.* 11′ 30″.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $7^h$ | 56' | 30" | *Ricciolus totus exit ab umbra.* | |
| 8 | 2 | 30 | *Pars illuminata* 11' 23" *: tunc fuit maxima obscuratio.* | |
| 8 | 3 | 0 | *Umbra tangit Fracastorium & transit per Petavium.* | |
| 8 | 5 | 10 | *Pars illuminata.* | 12' 10". |
| 8 | 8 | 30 | *Pars Lunæ lucida.* | 12 10. |
| 8 | 9 | 30 | *Galilæus exit.* | 1 11. |
| 8 | 11 | 30 | *Pars Lunæ illuminata.* | 12 21. |
| 8 | 16 | 37 | | 12 55. |
| 8 | 20 | 30 | | 13 41. |
| 8 | 24 | 20 | | 14 16. |
| 8 | 25 | 48 | *Aristarchi medium exit.* | |
| 8 | 28 | 0 | *Pars Lunæ illuminata.* | 15 34. |
| 8 | 29 | 0 | *Umbra per medium Copernici.* | |
| 8 | 31 | 0 | *Totus Copernicus exit.* | |
| 8 | 32 | 30 | *Pars Lunæ illuminata.* | 16 43. |
| 8 | 38 | 0 | | 17 44. |
| 8 | 42 | 15 | *Heraclides exit.* | |
| 8 | 44 | 30 | *Pars Lunæ illuminata.* | 19 46. |
| 8 | 46 | 0 | *Harpalus exit.* | |
| 8 | 47 | 20 | *Dionysius exit.* | |
| 8 | 48 | 0 | *Pars Lunæ illuminata.* | 21 17. |
| 8 | 49 | 0 | *Manilaus exit.* | |
| 8 | 51 | 20 | *Pars lucida Promontorii acuti exit : pars Lunæ illuminata.* | 22 49. |
| 8 | 52 | 55 | *Menelaus exit.* | |
| 8 | 53 | 40 | *Plato incipit.* | |
| 8 | 54 | 30 | *Pars Lunæ illuminata.* | 23 25. |
| 8 | 54 | 30 | *Totus Plato exit.* | |
| 8 | 56 | 0 | *Langrenus totus exit.* | |
| 8 | 57 | 15 | *Plinius exit.* | |
| 8 | 59 | 2 | *Teruntius exit.* | |
| 8 | 59 | 20 | *Pars Lunæ illuminata.* | 25 15. |
| 9 | 1 | 55 | *Euxodi medium emergit.* | |
| 9 | 2 | 0 | *Pars Lunæ illuminata.* | 26' 43". |
| 9 | 2 | 30 | *Aristotelis medium emergit.* | |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $9^h$ | 4′ | 45″ | *Possidonii medium emergit.* | |
| 9 | 6 | 35 | *Incipit mare Crisium.* | |
| 9 | 6 | 30 | *Pars Lunæ illuminata.* | 28′ 23″. |
| 9 | 6 | 40 | *Proclus exit.* | |
| 9 | 10 | 20 | *Medium maris Crisium.* | |
| 9 | 10 | 45 | *Pars Lunæ illuminata.* | 30 25. |
| 9 | 13 | 25 | *Hermes totus emergit.* | |
| 9 | 14 | 30 | *Totum mare Crisium.* | |
| | 17 | 55 | *Finis uno tubo.* | |
| | 18 | 20 | *Finis altero tubo.* | |
| 8 | 30 | 0 | *Diameter Lunæ fuit.* | 33 42. |
| 9 | 18 | 20 | *Diameter fuit.* | 33 50. |

## REFLEXIONS.

La fin de l'Eclipse fut observée à Marseille à $8^h\ 52'\ 16''$. Si on ôte de cette Observation 12 minutes pour la difference des meridiens, on aura la fin de l'Eclipse à Paris à $8^h\ 40'\ 16''$ à peu de secondes prés de celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

La fin de l'Eclipse à Bologne a été observée par une Lunete à $9^h\ 17'\ 55''$, & par l'autre à $9^h\ 18'\ 20''$. Ayant supposé la difference des meridiens de $36'$ comme on l'a déterminée, on aura la fin de l'Eclipse à Paris à $8^h\ 41'\ 25''$, & à $8^h\ 45'\ 50''$ par l'autre; ce qui est à une demie minute prés de celle qui est marquée dans la Connoissance des Temps.

La plus grande Phase de l'Eclipse observée arriva à $8^h\ 2'\ 30''$, quand la partie claire de la Lune étoit de $11'\ 23''$; & une demie-heure aprés le diametre apparent de la Lune fut observé de $23'\ 42''$, qui devoit être plus grand de quelques secondes qu'au temps de cette Phase. Negligeant cette petite difference qui ne peut pas être sensible dans la détermination des doits éclipsez, la partie éclairée de la Lune étoit de 4 doits $3'$ de doit, & par consequent la partie éclipsée étoit alors de 8 doits moins 3 minutes de doit. Cette grandeur de l'Eclipse s'accorde assez