

306 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
aussi dans cette vûe qu'on a entrepris d'en parler ici, mais
seulement pour discerner ce qu'il en doit résulter le long
des Courbes décrites par leur concours, d'avec ce qu'une
seule des forces productrices de ces vitesses, par exemple,
la pesanteur du corps *décrivant* lui en donneroit en tombant
le long de ces Courbes, soutenu par leur relief ou par des
suspensions équivalentes, selon les différens points où com-
menceroit sa chute; discernement absolument nécessaire
pour ne se pas méprendre dans la mécanique des mouve-
mens en lignes Courbes. On donnera encore d'autres usa-
ges de tout ceci dans la suite.

C O N S I D E R A T I O N S

S U R L A

T H E O R I E D E S P L A N E T E S.

P A R M. M A R A L D I.

1704.
26 Novem-
bre.

LA Théorie des Planetes est une recherche qui a de
grandes difficultés, à cause des différens mouvemens
dont il faut chercher les regles, & de plusieurs élémens
qui concourent à la détermination de ces mouvemens.
La justesse de cette détermination dépend en partie d'un
grand nombre d'observations faites avec précision: mais
quoique depuis 30 ou 40 ans ces observations aient été
faites avec beaucoup de subtilité, on n'oseroit pas se pro-
mettre qu'elles eussent toute la précision qui est nécessai-
re, & qu'elles fussent suffisantes pour trouver pendant plu-
sieurs années le mouvement des Planetes entre les termes
que l'on se propose communément: car outre que nos in-
strumens, quelque grands qu'ils puissent être, ont une trop
petite proportion à la grandeur des orbes que les Planetes
décrivent, dans les observations on est souvent en doute

pour la détermination des petites parties qui peuvent échapper facilement aux Observateurs les plus exacts ; & avant de mettre en usage ces observations , elles ont besoin de quelques corrections & réductions qui peuvent causer des variations dans la situation de la Planete.

Quand même les observations ne seroient point sujettes à ces variations , & qu'elles auroient la justesse que l'on peut souhaiter , on n'est pas assuré de rencontrer juste dans l'usage que l'on en fait pour trouver les différens élémens qui sont nécessaires dans la Théorie des Planetes , & qu'il faut distinguer des uns les autres.

L'Apogée & le Périgée , d'où commencent & finissent les premieres inégalités des Planetes , ne sont pas des points visibles , mais des termes qu'il faut trouver par la comparaison de plusieurs observations faites en certains lieux de l'orbe de la Planete , & en certaines configurations avec le Soleil , qui sont des circonstances qui se rencontrent rarement ensemble de la même maniere. Une petite erreur que l'on peut faire dans les observations , en produit une beaucoup plus grande dans la détermination de l'Apogée ; c'est pourquoi il est fort difficile de le déterminer au juste. On peut connoître ces difficultés par la différente détermination que plusieurs Astronomes en ont faite depuis un siecle , quoiqu'ils se soient fondés principalement sur les observations de Tycho. Or une erreur qu'il est aisé de faire dans la situation de ces points , en produit d'autres dans toutes les parties de l'orbe de la Planete : car si on fait l'Apogée plus avancé dans le Zodiaque qu'il ne doit être , on fera dans quelque degré l'équation additive , lorsqu'il la faudroit faire substrative & réciproquement ; il en résultera aussi dans les trois premiers signes une équation substrative plus petite que la véritable , & plus grande dans les trois signes suivans jusqu'au Périgée. Il arrive la même chose de l'équation additive dans les six autres signes du Zodiaque : car dans les trois premiers signes depuis le Périgée , elle sera moindre que la véritable , & plus grande dans les trois derniers.

Il n'y a pas moins de difficulté dans la recherche de l'excentricité des Planetes ; on la peut trouver par des méthodes qu'on a inventées à cette fin, & qui ont toutes leurs difficultés, parce qu'elles sont naturellement attachées à cette recherche. On la peut aussi trouver en observant les Planetes dans l'Apogée ou dans le Périgée, & dans les moyennes distances ; & comparant le vrai mouvement trouvé entre ces deux termes avec le moyen qui appartient au temps échu entre ces observations, on trouve la plus grande équation qui détermine l'excentricité des Planetes. Mais outre que dans cette méthode on y suppose le lieu de l'Apogée & du Périgée bien déterminé, il est extraordinairement rare de pouvoir faire ces observations dans des circonstances aussi favorables, faute desquelles on est obligé d'employer les observations les plus proches de ces termes, qu'il faut réduire aux mêmes termes, ce qui ne se peut faire qu'à peu près, & à l'aide des hypothèses. Or l'erreur qu'il est difficile d'éviter en déterminant l'excentricité de la Planete se répand, quoiqu'en moindre quantité dans toutes les parties de son orbe : car si on prend l'excentricité plus petite que la véritable, l'équation de la Planete dans tous les degrés de son anomalie sera aussi plus petite : le contraire arrivera si on prend l'excentricité trop grande.

Supposant la plus grande équation trouvée avec toutes la précision que l'on peut souhaiter, il reste une autre difficulté dans la maniere de la distribuer par tous les degrés de l'orbe de la Planete. Comme on donne dans les Tables Astronomiques cette équation calculée pour chaque degré d'anomalie, & que pour la trouver par des observations immédiates, il faudroit un grand nombre d'observations exactes qu'il est difficile d'avoir jusqu'à présent dans la plupart des Planetes ; les Astronomes, pour suppléer à ce défaut, ont inventé diverses méthodes par le moyen desquelles l'excentricité étant donnée, on calcule pour tous les degrés d'anomalie l'équation qui lui convient : mais cette

équation se distribue différemment selon les différentes hypothèses que l'on emploie; & on est en doute quelle est la plus conforme à la nature, étant fort difficile de le vérifier par les observations.

On peut aussi se tromper dans le choix que l'on fait de l'Epoque: car quoiqu'on la tire d'un grand nombre d'observations faites dans les occasions les plus favorables, & qu'on y évite les erreurs auxquelles ces observations peuvent être sujettes, on ne peut la déterminer sans supposer tous ces élémens que nous avons indiqués, & que nous avons dit être très-difficiles à déterminer avec précision. La même erreur que l'on fait dans le choix de l'Epoque, se répand aussi dans tous les autres calculs.

La recherche des nœuds des Planetes, & celle de l'inclinaison de leur orbite à l'égard de l'Ecliptique, n'est pas moins difficile que les autres élémens. Pour déterminer les nœuds des Planetes qui ne sont point des termes visibles, la meilleure manière est d'observer pendant plusieurs jours la situation de la Planete, lorsque sa latitude change d'espece: car si l'on ne peut pas observer immédiatement le temps que la Planete n'a point de latitude, on le trouvera par la comparaison des observations précédentes & suivantes, ce qui donnera l'arrivée de l'étoile au nœud: mais comme à une petite variation de latitude, il en répond une beaucoup plus grande en longitude, à cause du peu d'inclinaison des orbites des Planetes, il ne faut pas prétendre de trouver ce nœud avec beaucoup de précision, principalement dans les Planetes qui ont peu d'inclinaison. Le lieu du nœud ainsi trouvé, n'est son lieu véritable, que lorsque ce lieu vû de la terre concourt avec le lieu du Soleil, ou à son opposé: excepté ces deux cas qui sont extraordinairement rares, il faut réduire par le moyen des hypothèses corrigées par les observations, la situation de ce nœud vû de la terre, à celle qu'il auroit étant vû du Soleil, pour avoir sa véritable situation.

L'inclinaison de l'orbite des Planetes à l'Ecliptique, se

Qq iij

peut déterminer en observant la latitude de la Planete lorsqu'elle est en quadrature avec le Soleil, & que le Soleil est en même-temps dans un des nœuds de la Planete, qui sont des circonstances rares. On la peut aussi trouver par le moyen de la plus grande latitude de la Planete vûe de la terre qu'on ne peut pas souvent observer, mais seulement en quelque rencontre. La plus grande latitude étant trouvée, il faut la réduire par le rapport des distances de la Planete au Soleil, & du Soleil à la terre, de l'apparence qu'elle fait à la terre à celle qu'elle feroit au Soleil. Cette latitude ainsi réduite, & comparée à sa distance au nœud, donnera l'inclinaison de l'orbite de la Planete, qui est celle qu'on met dans les Tables pour en calculer la latitude.

La proportion de l'orbite du Soleil à celle des Planetes qui sert à connoître leur seconde inégalité, se peut chercher en deux manieres; la premiere, par les observations jointes aux hypotheses: mais ces proportions seront différentes suivant l'espece de ligne que l'on supposera que les Planetes décrivent, & selon la différente excentricité qu'on aura établie: la seconde maniere feroit en trouvant la seconde inégalité par les observations; ce qui ne se peut pratiquer que dans Jupiter, dont les Satellites peuvent servir à la connoître en certaines rencontres.

Pour les autres Planetes, il faut employer la distance du Soleil à la terre, & le lieu de la Planete vû du Soleil qu'il faut trouver par les hypotheses, & qu'il faut comparer avec le lieu de la Planete vûe de la terre, & trouvé par les observations. Par cette méthode, la moyenne distance de la Planete au Soleil, que l'on tire des distances trouvées en différens endroits de l'orbe de la Planete, devroit être à peu près la même; & cependant elle se trouve souvent fort différente, ce qui fait voir les difficultés qu'il y a aussi dans cette recherche, quoiqu'elle ne soit pas des plus difficiles dans la Théorie des Planetes.

Après avoir établi le mieux qu'il est possible tous ces élémens, il reste à déterminer le moyen mouvement des Pla-

netes, le mouvement de leur Apogée, & celui de leurs nœuds, dont on se sert à trouver pour les siècles à venir, les lieux des Planètes dans le Zodiaque.

Dans ces recherches, nous ne sommes pas seulement exposés aux erreurs que nous faisons en déterminant ces éléments par nos observations, mais encore à celles qui dépendent des observations des anciens Astronomes, qui n'ayant pas les secours que nous avons présentement, ne faisoient souvent qu'à la vûe, & à peu près, les observations qu'il faut employer pour les comparer aux nôtres. Pour cette comparaison, on choisit pour l'ordinaire les plus anciennes observations qu'on puisse avoir; parce que l'erreur qui peut s'y être glissée étant partagée dans un plus grand intervalle de temps, reste beaucoup moins sensible. Mais comme plusieurs doutent de la justesse des plus anciennes observations, & que parmi celles qui ont été faites dans la suite, il y en a qui paroissent plus exactes, ils ont aimé mieux se fonder sur ces observations moins anciennes, préférant cette précision à l'avantage qu'on pourroit tirer d'un plus long intervalle. Par la comparaison de différentes observations, le moyen mouvement vient un peu différent, & il est difficile de déterminer lequel on doit préférer, n'étant pas possible de représenter toutes les observations faites en différens temps, quoique les hypothèses qui s'éloignent le moins des observations, & qui en représentent un plus grand nombre, doivent être censées les meilleures.

On ne sauroit trouver qu'à peu près la situation de l'Apogée des Planètes par les observations anciennes, à cause que celles qui sont venues jusqu'à nous, sont en petit nombre, & qu'elles n'ont pas l'exactitude qui seroit nécessaire: c'est pourquoi le mouvement de l'Apogée qu'on tire de la situation qui résulte de ces observations, comparée à la situation où on le trouve présentement, ne peut pas être d'une grande précision, & ce mouvement se trouve différent suivant les différentes observations anciennes que l'on emploie.

Ce sont là les difficultés générales, outre d'autres parti-

312 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
culières que les Astronomes rencontrent lorsqu'ils entreprennent de donner des regles des mouvemens des Planetes. Nous les avons exposées afin qu'on connoisse que ce n'est pas sans raison que les plus grands Astronomes se défient de leurs forces dans une si grande entreprise ; & que Kepler après avoir médité avec un grand succès pendant près de 30 années sur les observations de Tycho , n'ose pas se promettre une grande précision dans le rapport de ses hypotheses avec les mouvemens célestes pour les siècles suivans.

Pour surmonter ces difficultés autant qu'il y auroit lieu de l'espérer par des observations indépendamment des hypotheses, quand le mouvement est plus simple, & n'a qu'une inégalité qui dépend de l'excentricité & de la distance de l'Apogée suivant les hypotheses communes, il faudroit avoir un assez grand nombre d'observations pour déterminer les équations à autant de degrés d'anomalie qu'il est besoin d'en mettre dans les Tables ; & quand la Planete a une seconde inégalité qui demande la connoissance des différentes distances de la même Planete au Soleil, & du Soleil à la terre, il faudroit des observations à toutes les variations & combinaisons des distances & des configurations apparentes avec le Soleil, qui ne retournent les mêmes en quelques Planetes qu'après plusieurs siècles.

Il n'y a que le Soleil dont nous puissions avoir ces observations, à cause que le mouvement apparent de cet astre est plus simple que celui des autres, & que la période de son retour au même degré d'anomalie s'acheve en peu de temps. C'est aussi la Planete dont on connoît mieux le mouvement : car depuis l'an 1655 que M. Cassini en a construit des Tables sur lesquelles divers Astronomes célèbres ont calculé les Ephémérides, elles se sont trouvées autant conformes qu'on pouvoit espérer aux observations. C'est pourquoi dans la Théorie des autres Planetes, où il faut employer le mouvement du Soleil, nous n'avons cru pouvoir mieux faire que de l'emprunter de ces Tables,
qui

qui font à l'épreuve de 50 années d'observations faites avec de très-grands instrumens & fort exacts.

Dans l'impossibilité où nous sommes d'avoir pour les autres Planetes autant d'observations qu'il seroit necessaire, nous emploierons le plus grand nombre que nous pourrons avoir de celles qui ont été faites depuis 30 ou 40 ans. La plus grande partie de ces observations a été faite par M. Cassini, en prenant au méridien la différence du passage entre ces Planetes & le Soleil, ou différentes étoiles fixes qui se rencontroient dans la même parallele, & observant leur hauteur méridienne. Une autre partie des observations a été faite hors du méridien, en observant la différence d'ascension droite & de déclinaison entre la Planete & quelque étoile fixe, lorsqu'elle se rencontroit proche du même parallele, soit que ces étoiles fussent proches l'une de l'autre en ascension droite, soit qu'elles en fussent fort éloignées.

Cette maniere de déterminer la situation des Planetes, s'est pratiquée par le moyen des fils qui se croisent à angles de 45 degrés au foyer de la Lunette, tant appliquée au quart de cercle, que d'une Lunette posée sur une machine, appelée parallactique par M. Cassini, par le moyen de laquelle on suit facilement le cours de l'étoile à l'Occident. On laisse ces Lunettes dans une situation immobile, & on compte l'heure, la minute & la seconde que l'étoile la plus Occidentale passe par les trois fils. On fait la même chose à l'égard de l'étoile plus Orientale; ce qui détermine la différence d'ascension droite & la déclinaison d'une étoile à l'égard de l'autre; & la situation d'une de ces étoiles étant connue par rapport aux cercles de la sphere, on connoitra la situation de l'autre. Nous n'entrons point dans le détail de cette méthode, ni la maniere aisée d'abrégé ces calculs en se servant de la machine parallactique, parce qu'elle a été expliquée à l'Académie par M. Cassini à l'occasion de diverses conjonctions des Planetes, des observations des Taches du Soleil & de la Lune, & communiquée à presque tous les Astronomes

d'Europe depuis fort longtems qu'il a trouvé ces méthodes & qu'il les pratique. Il suffira de remarquer que par ces méthodes on peut trouver l'ascension droite & la déclinaison de la Planete presque aussi facilement & aussi exactement qu'on pourroit faire par des observations faites au méridien, pourvû que la situation des étoiles fixes, auxquelles on compare la Planete, soit une fois bien déterminée; parce que le temps qui sert à déterminer la différence de déclinaison, est aussi sensible que le peuvent être les divisions des instrumens dont on se sert pour connoître la déclinaison.

On a encore cet avantage par ces méthodes, que lorsqu'il y a des observations importantes, qui souvent ne se peuvent faire au méridien, à cause de quelques nuages qui surviennent dans le temps que ces étoiles passent au méridien, on le peut faire à toute autre situation de l'astre sur l'horison & à des heures commodes, & qu'on les peut refaire plusieurs fois lorsqu'on n'est pas content des premières; ce qui ne se peut pratiquer à l'égard des observations qu'on fait au méridien. Et parce que nous employons un grand nombre d'observations faites par ces méthodes, & que la détermination exacte des Planetes dépend de celle des étoiles fixes, auxquelles elles ont été comparées, pour une plus grande précision nous avons déterminé l'ascension droite & la déclinaison de toutes ces étoiles par des observations faites au méridien, le plus exactement qu'il a été possible.

Les hypotheses du mouvement de Saturne.

Pour établir les hypotheses de Saturne, nous avons d'abord calculé un grand nombre d'observations faites dans l'opposition de cette Planete avec le Soleil en diverses parties de l'orbe de la Planete, & nous avons comparé ces observations aux Tables de Kepler. Cette comparaison nous a fait connoître qu'aux années 1672 & 1673, ces Tables donnoient le lieu de Saturne plus avancé dans le Zo-

diague que les observations de 20 à 21 minutes ; qu'aux années 1686 & 1687, entre les observations & les Tables, il n'y avoit que 10 à 12 minutes, dont les Tables étoient plus avancées ; & qu'enfin aux années 1700, 1701 & 1702, cette différence étoit environ de 21 minutes comme trente années auparavant.

Nous avons choisi en premier lieu ces observations pour en faire la comparaison avec les Tables ; parce que, suivant toutes les hypothèses, cette Planete se trouvoit alors près des moyennes distances, où l'erreur, qui pourroit être dans le calcul (quand même la situation de l'Apogée ne seroit pas bien déterminée dans ces Tables) ne peut faire qu'une petite différence dans la première équation. C'est pourquoi cette comparaison est très-propre pour établir la plus grande équation de la Planete, & l'Époque de son mouvement.

Pour connoître l'erreur qui vient de l'Époque, & celle qui est causée par la plus grande équation, & distinguer l'une de l'autre, nous avons considéré que la différence entre les observations & les Tables, seroit toujours la même dans les différentes parties de l'anomalie, si elle venoit toute de l'erreur qu'il y auroit dans l'Époque ; que si elle étoit causée toute par l'erreur qu'il y a dans la plus grande équation, elle seroit en excès dans un demi-cercle de l'anomalie, & en défaut dans les six autres signes. Mais parce que les Tables donnent toujours le lieu de Saturne plus avancé que les observations, & que dans la différence qu'il y a, on trouve une variation de 9 à 10 minutes, l'erreur doit être attribuée, partie à l'Époque, partie à la plus grande équation. Par les observations des années 1672 & 1673, & par celles des années 1700, 1701 & 1703, faites toutes près des moyennes distances où l'équation est soustractive, la différence est plus grande d'environ 10 minutes que dans les moyennes distances où l'équation est additive, comme il paroît par les observations des années 1686 & 1687. Cela nous a fait connoître qu'il faut augmenter de la moitié de cette différence, qui est de 5,

316 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
 minutes, la plus grande équation de Saturne déterminée
 par Kepler qui la fait de $6^{\circ} 31' 30''$, & la faire de $6^{\circ} 36' 30''$,
 ce qui est à une minute près de celle qui a été déterminée
 par M. Bouillaud. Outre cette correction il en faut faire une
 seconde à l'Epoque, en ôtant 16 minutes au moyen mou-
 vement de 1607 que Kepler fait de $6^{\circ} 28' 32''$, & la faire
 de $6^{\circ} 27' 47' 52''$. Nous examinerons dans la suite s'il faut
 plutôt faire cette correction au moyen mouvement échu
 depuis les observations de Tycho jusqu'aux nôtres : mais
 en attendant nous la faisons à l'Epoque, étant indifférent
 pour les observations que nous employons dans cet examen,
 sur lequel de ces deux élémens tombe cette correction.

Voyez-en
 l'observa-
 tion, Miscel.
 Berol. vol. 1.
 p. 205.

L'Epoque & la premiere inégalité ainsi établie, nous
 avons examiné d'autres observations faites dans les autres
 parties de l'orbe de la Planete, & principalement celles
 qui ont été faites proche de l'Apogée & du Périgée pour
 déterminer leur situation. Nous avons une observation cé-
 lebre de la conjonction précise de Saturne avec une étoile
 fixe proche du Périgée de Saturne, que M. Kirchius fit par
 le moyen d'une Lunette de 10 pieds, & qui arriva l'an
 1679 le 17 de Janvier à 5 heures du matin. L'étoile qui
 fut cachée par Saturne est la moyenne de la corne méridio-
 nale du Taureau, & qui, suivant nos observations réduites
 en ce temps-là, se trouvoit en $7^{\circ} 59'$ des Gemeaux avec une
 latitude australe de deux degrés & 20 minutes, ce qui est
 aussi la longitude & la latitude qu'avoit alors Saturne.

Pour représenter cette observation, en supposant les
 corrections déjà faites, & en employant le mouvement du
 Soleil, des Tables de M. Cassini, nous avons trouvé qu'il
 faut avancer de 52 minutes le lieu de l'Aphélie de Satur-
 ne déterminé par Kepler, & l'établir en $28^{\circ} 28'$ du Sagit-
 taire, comme le donnent les Tables de M. Bouillaud. Cet-
 te détermination est aussi confirmée par les observations
 que nous avons faites proche l'Aphélie de Saturne, l'an
 1694, & quoique parmi ces observations il y en ait de cel-
 les qui demandent le lieu de l'Aphélie avancé d'environ

un demi-degré plus que ne demanderoit l'observation de l'année 1679, ayant eu égard au mouvement fait depuis ce temps-là, nous nous sommes arrêtés à la détermination qui résulteroit d'un plus grand nombre d'observations, la différence qui s'y trouve pouvant être causée de quelque petite erreur à laquelle on est exposé dans la détermination des lieux des Planetes.

Ayant ainsi déterminé l'Epoque, la plus grande équation & le lieu de l'Aphélie, nous avons calculé plusieurs oppositions de Saturne avec le Soleil, observées en différentes parties de l'orbe de la Planete; & en employant l'équation calculée dans la forme elliptique, nous représentons par ces hypothèses 27 oppositions observées depuis l'an 1672, parmi lesquelles il n'y a que celles des années 1698 & 1699, qui s'éloignent de 4 minutes de l'observation, la différence des autres étant plus petite ou nulle, ce qui confirme ces trois élémens établis auparavant.

Après ces comparaisons, nous avons cherché la proportion de la distance de Saturne au Soleil, dans les parties de l'orbe annuel, laquelle est un des élémens nécessaires pour calculer la seconde équation qui convient à la Planete hors de ses oppositions & conjonctions avec le Soleil. Nous l'avons cherchée en déterminant par les observations le lieu véritable de Saturne dans ses quadratures avec le Soleil, & en le comparant à la situation de Saturne vue du Soleil, qu'on calcule par les hypothèses comprises sur les observations de l'opposition la plus prochaine. Par cette méthode & par un grand nombre d'observations faites en différens endroits de l'anomalie de Saturne, dans les conjonctures les plus favorables, nous n'avons pas trouvé cette moyenne distance précisément la même: mais ayant pris un milieu entre la plus grande & la plus petite, nous l'avons déterminée 955000 parties, dont la moyenne distance du Soleil à la terre est 100000.

Nous avons cherché le nœud de Saturne par des observations faites au méridien, lorsque cette Planete n'avoit

point de latitude, ce qui arriva au mois de Mai de l'année 1696, cette Planete étant en $26^{\circ} 36'$ du Capricorne, qui étoit le lieu du nœud vû de la terre: mais l'ayant réduit au Soleil à l'aide des hypothefes, on trouve le lieu véritable du nœud austral de Saturne en $22^{\circ} 10'$ du Capricorne. Il faut remarquer que comme la variation de la latitude de Saturne n'est pas fenfible en 15 jours, on peut se tromper du moins d'un demi-degré dans cette détermination. D'où vient que par les observations faites la même année dans l'opposition avec le Soleil, nous trouvons le lieu du nœud moins avancé dans le Zodiaque, que par les observations précédentes d'environ 25 minutes.

Les occasions les plus favorables qu'il y ait eu depuis long-temps de trouver l'inclinaison de l'orbite de Saturne à l'Ecliptique, font celles qui se font présentées les années 1688 & 1703. Par les observations de l'année 1688 faites fort près des limites des plus grandes latitudes de Saturne, & dans l'opposition de cette Planete avec le Soleil, qui arriva en $21^{\circ} 46'$ de Libra, on trouve la latitude Septentrionale de Saturne de $2^{\circ} 48' 0''$. Par le moyen de cette latitude & des rapports des distances du Soleil à Saturne & du Soleil à la terre, on trouve la parallaxe de latitude de $7' 15''$, qui étant ôtée de la latitude trouvée, donne la véritable inclinaison de Saturne à l'Ecliptique de $2^{\circ} 30' 45''$. Par les observations de l'année 1703, on trouve la latitude méridionale de Saturne de $2^{\circ} 48' 50''$, qui étant réduite comme la précédente, donne la même inclinaison de $2^{\circ} 31' 0''$, qui ne differe de la précédente que de 15 secondes, & ayant pris un milieu entre les deux, on établira cette inclinaison de $2^{\circ} 30' 50''$, qui est comme moyenne entre celle qui a été déterminée par Kepler & par M. Bouillaud.

Nous avons dit que pour bien représenter les observations de Saturne faites depuis 30 ans, il falloit ôter 16 minutes à l'Epoque du moyen mouvement établie par Kepler. On peut aussi représenter ces observations en corrigeant le moyen mouvement qui convient au temps échu

depuis les observations de Tycho jusqu'aux nôtres , & il est indifférent laquelle de ces deux corrections on emploie pour représenter nos observations. Il n'en est pas de même à l'égard des observations de Tycho : car si on fait cette correction à l'Epoque , les Tables ne peuvent représenter ces mêmes observations de Tycho , qu'environ à un tiers ou un quart de degré près ; au lieu que si on distribue cette correction au moyen mouvement , on pourra mieux représenter les observations de Tycho avec les nôtres : & c'est le parti que nous avons cru d'abord qu'il falloit prendre. Mais en diminuant dans la même proportion le moyen mouvement de près de 20 siècles , pour calculer la plus ancienne observation que nous ayons de cette Planete , qui est celle qui a été faite par les Assiriens 229 ans avant l'Epoque de J. C. le calcul fondé sur cette hypothese s'éloigne de plusieurs degrés de l'observation. Cette différence nous a paru trop grande pour pouvoir être tolérée dans une observation semblable , de la conjonction de Saturne avec une étoile fixe , & qui , suivant le témoignage de Ptolomée , est exacte , & sur laquelle il ne faut pas avoir aucun doute. C'est pourquoi nous n'avons pas trouvé à propos de faire cette correction au moyen mouvement ; il reste donc toujours les mêmes difficultés de représenter les observations de Tycho avec les nôtres.

Pour les résoudre , nous avons tenté diverses voies. Nous avons cherché en premier lieu si les oppositions de Saturne calculées sur les observations de Tycho étoient bien déterminées , & s'il ne s'étoit pas glissé quelques erreurs , auxquelles on est exposé dans les longs calculs qu'il faut faire pour les trouver. Nous avons donc fait tout de nouveau les calculs de ces oppositions , dans lesquels nous avons employé les distances des Planetes avec les étoiles fixes telles qu'elles ont été observées par Tycho. Pour les distances des étoiles fixes entr'elles , nous les avons supposées telles qu'elles résultent de nos observations , aussi-bien que la longitude & la latitude de ces étoiles , & réduites au

320 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
temps des observations de Tycho. Par ces nouveaux calculs, on a trouvé à la vérité dans plusieurs oppositions quelques minutes de différence : mais comme elle est quelquefois favorable, quelquefois contraire à la correction de l'Epoque, nous n'avons pû tirer de ce travail beaucoup d'éclaircissement.

Nous avons ensuite cherché d'accorder ces observations de Tycho avec les nôtres, en supposant dans l'Apogée un mouvement plus vite que par les Tables ordinaires. Par ce moyen on représenteroit un bon nombre des observations de Tycho : mais il n'y auroit pas moyen d'accorder les observations faites près des moyennes distances, outre d'autres inconvéniens qui en résultent dans les observations anciennes.

Après ces recherches nous nous sommes enfin déterminés à chercher le moyen mouvement par la comparaison des observations éloignées entr'elles, du plus grand intervalle de temps qu'il est possible, parce que l'erreur qu'on auroit pû faire dans ces observations, partagée dans un plus grand nombre d'années, reste moins sensible en chacune, au lieu que si on vouloit conclure le moyen mouvement de 20 siècles par les observations éloignées seulement de cent ans, comme sont celles de Tycho à l'égard des nôtres, l'erreur que l'on peut faire dans les observations qu'on compare, se multiplie dans la raison du petit intervalle au grand.

D'ailleurs nous avons reconnu, autant qu'on le peut faire par les observations de 32 années, que le moyen mouvement de Saturne dû à cet intervalle, ne demande pas la correction proportionnée à celle qu'il faudroit faire au moyen mouvement pour représenter également les observations de Tycho & les nôtres. Ce qui est aussi confirmé par plusieurs observations faites depuis 50 ans par le P. Riccioli & par Muti, qui s'accordent assez bien au moyen mouvement que nous avons tiré de la comparaison de nos observations avec celle qui fut faite 229 ans avant J. C. par laquelle comparaison le moyen mouvement de Sa-
turne

turne pour cent ans, résulte de $4\ 23^{\circ}\ 26'\ 24''$.

Pour les différences qui restent entre les hypothèses que nous établissons, & les observations de Tycho, de Longomontanus, de Kepler & d'autres Astronomes plus anciens; dont il y en a qui montent à un tiers de degré; ceux qui cherchent à accorder entièrement les hypothèses aux observations, pourroient examiner si ces différences ne viennent point de quelques-unes de ces équations séculaires, dont Kepler nous avoit promis un Traité, & qu'il dit qu'il faut faire aux Planetes.

A l'égard du mouvement de l'Apogée, nous n'en avons point de détermination exacte faite par les Anciens, & le moyen qui nous reste pour le trouver, est de représenter le mieux qu'il est possible, les observations anciennes faites en divers temps, comme est celle qui fut faite 229 ans avant J. C. Par la comparaison du lieu de l'Apogée qui résulte de cette observation avec la situation où nous le trouvons présentement par nos observations, le mouvement de l'Apogée se trouve fort peu différent de celui qui a été déterminé par M. Bouillaud; c'est pourquoi on peut s'en servir, tel qu'il est dans ses Tables.

Nous avons cherché le mouvement des nœuds par la comparaison de nos observations avec celles que Tycho fit l'an 1592, lorsque Saturne étant en $23^{\circ}\frac{3}{4}$ de Cancer, avoit une latitude Septentrionale de 8 minutes. Par cette observation, toutes réductions étant faites, nous trouvons le nœud Septentrional de Saturne en 21 degrés de Cancer. Nous l'avons trouvé l'an 1696 par les observations faites la même année en $22^{\circ}\ 10'$ du même signe; donc en 104 années il auroit eu un mouvement de $1^{\circ}\ 8'$ selon la fuite des signes. Mais ces observations sont trop peu éloignées l'une de l'autre pour pouvoir conclure avec quelque exactitude le mouvement des nœuds par un espace plus grand que cent ans.

Ptolomée observa de son temps que la plus grande latitude de Saturne étoit au commencement de Libra, &

322 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE
par les observations récentes on trouve cette plus grande
latitude en 22 du même signe ; donc en 1550 ans environ
les limites de la plus grande latitude de Saturne , & par
conséquent ses noeuds, se seroient avancés de 22 degrés
selon la suite des signes ; ce qui seroit en raison d'environ
1° 28' en cent ans.

O B S E R V A T I O N

*D'une petite Tache dans le Soleil en Novembre 1704.
à l'Observatoire.*

P A R M. M A R A L D I.

1704.
29. Novem-
bre.

LE 25 à midi, j'observai une petite Tache sur le disque
du Soleil. Elle passa par le méridien après le premier
bord du Soleil 2' 2", ou 18" avant le dernier bord du So-
leil ; car tout le diametre du Soleil passoit en 2' 20".

La hauteur méridienne apparente de cette Tache étoit
de 20° 14' 10", & celle du bord supérieur du Soleil étoit
de 20° 37' 10" ; donc 23 de différence.

Je n'ai pû voir le Soleil qu'aujourd'hui 29 au matin au
travers de quelques petits nuages : mais avec une Lunette
de 6 pieds je n'ai pû rien remarquer de la Tache qui auroit
dû paroître plus grande que le 25, puisqu'elle auroit dû
être vers le milieu du Soleil ; ce qui me fait croire qu'elle
s'est dissipée.

