

M A N I E R E P R O M P T E
E T F A C I L E

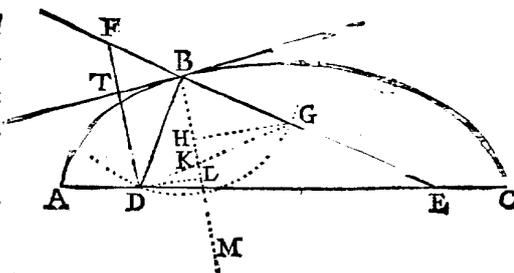
De trouver les Touchantes de l'Ellipse de M. Cassini.

PAR M. VARIGNON.

Cette maniere de trouver les Touchantes de l'Ellipse de M. Cassini, est si simple & si peu différente de celle dont on trouve les Touchantes de l'Ellipse ordinaire par le moyen de ses foyers, que j'ai cru la devoir faire remarquer, sur-tout vû l'embaras qu'il y auroit à les trouver autrement: la voici.

1703.
21. Juillet.

Soit ABC l'Ellipse de M. Cassini, dont le grand axe soit AC , & les foyers D, E : On demande la Tangente à un point quelconque B de cette Ellipse, dont la nature est d'avoir partout $BD \times BE = AD \times AE = CD \times CE$.



SOLUT. D'un de ses foyers quelconques, par exemple E , soit par le point B la droite EB prolongée indéfiniment vers F ; & après avoir pris BF troisième proportionnelle à BE, BD , c'est-à-dire, $BF = \frac{BD \times BD}{BE}$, menez la droite FD , sur laquelle du point B tombe la perpendiculaire BT : je dis que cette droite BT fera la Tangente requise.

DEMONST. Soient AD ou $CE = a$, AE ou $DC = c$, $DB = z$, & $BE = y$. La nature de cette Ellipse donnant (*hyp.*) partout $BD \times BE = AD \times AE$, l'on aura aussi partout ici $zy = ac$; & par conséquent $z dy - y dz = 0$, ou $z dy = y dz$, c'est-à-dire, $dz. dy :: z (DB). y (BE)$. Donc

Z iij

(*Anal. des Inf. petits*, art. 32.) si du centre B on fait un arc de cercle quelconque DG , lequel rencontre BD & BE en D & en G , avec une droite BM sur laquelle les perpendiculaires DL , GH , soient comme dz , dy , c'est-à-dire ici, comme DB , BE ; cette droite BM sera perpendiculaire en B à la Courbe ABC . Or il est visible qu'en divisant la corde DG en K , enforte qu'on ait DK . $KG :: DB$. BE . la droite tirée de B par K , donnera aussi les perpendiculaires DL , GH , comme DB à BE , c'est-à-dire, DL . $GH :: DB$. BE . Donc cette droite BK ou BM sera effectivement perpendiculaire en B à la Courbe ABC . Or ayant (*hyp.*) $BG = BD$, & $BF = \frac{BD \times BD}{BE}$, la corde DG ainsi divisée en K , enforte qu'on ait DK . $KG :: DB$. BE . donnera aussi DK . $KG :: FB$. BG . Et par conséquent FD & BK ou BM feront parallèles entr'elles. Donc en faisant BT perpendiculaire sur FD , elle le sera de même sur BK , qu'on vient de voir l'être à la Courbe en B . Donc aussi cette même BT sera Touchante de la Courbe en B . *Ce qu'il falloit démontrer.*

