



Triangulum AES; Leida, Haga, Gouda.
 AE. 4103. 3.
 AES. 97. 21. ASE. 32. 25. FAS. 50. 23.

Triangulum ESR, Leida, Gouda, Dordracum.
 ES. 5897. 8.
 RES. 25. 49.
 ERS. 23. 49.

Triangulum EAR, Leida, Haga, Dordracum.
 AE. 4103. 3.
 EAR. 85. 51. AER. 71. 31.
 AR. 1012. 7. ER. 10634. 7

Triangulum AEF Haga, Leida, Roterdanum
 AE. 4103. 3.
 Ex observatis angulus EAF 39. 53.
 et angulus AEF. 53. 40.
 Unde reliquus AFE. 86. 27.
 AF. 5616. 8.
 et FE. 6972. 5

Triangulum ESF Leida, Gouda, Roterdanum.
 ES. 5897. 8.
 SEF. 43. 36. ESF. 80. 0.
 EF. 4883

100000
 90
 80
 70
 60
 50
 40
 30
 20
 10
 0
 Echelle de 7200 perches du Rhin

100000
 90
 80
 70
 60
 50
 40
 30
 20
 10
 0
 Echelle de 1200 Toises

trées dans le Traité que j'en ai fait. De plus, il semble aussi que cette démonstration ne pourroit convenir qu'à un certain rayon de lumière qui est déterminé par l'inclinaison de la corde YF ou FM , comme je l'ai posé, lequel dépend de la grandeur du cercle générateur de l'Epicycloïde & de son diamètre XY , qui détermine dans la supposition que j'ai faite de la compression des particules à ressort de l'air, toute l'étendue de l'Atmosphère dans sa compression. Car ce rayon lumineux rencontreroit la surface de la terre dans un certain angle, & se termineroit dans la partie supérieure de l'Atmosphère en une touchante de cet Atmosphère sphérique. Mais je démontrerai dans un autre Mémoire tout ce qui reste de cette proposition dans toute son étendue & pour toutes sortes de rayons lumineux, après avoir expliqué plusieurs propriétés particulières des Epicycloïdes, tant par rapport à la Mécanique, qu'au sujet dont je traite ici, & dont je n'avois point parlé dans mon Traité.

R E F L E X I O N S
SUR LA MESURE DE LA TERRE,
RAPPORTEE PAR SNELLIUS
Dans son Livre intitulé : Eratosthenes Batavus.
PAR M. CASSINI le fils.

1702.
x. Mars.

AU retour du voyage que j'ai fait en Hollande & en Angleterre, je lus à l'Assemblée quelques réflexions que j'avois faites sur la mesure de la terre, que Snellius a donnée au public en l'an 1617, dans son Livre intitulé : *Eratosthenes Batavus*, & dont M. Picard a donné le résultat, en réduisant ses mesures au pied de Paris, dans sa mesure de la Terre. Le voyage que nous avons fait dernièrement par ordre

du Roi pour prolonger le Méridien de Paris jusqu'aux extrémités Méridionales du Royaume, m'a donné lieu d'examiner de nouveau & avec plus de soin la mesure de la Terre qui est rapportée par Snellius, pour voir quel rapport elle a avec celle que nous venons de déterminer.

Snellius mesura dans une campagne près de Leiden une base de 326 perches du Rhin & 4 pieds : (la perche contient 12 pieds, & la proportion du pied de Paris au pied du Rhin est, selon M. Picard, comme 1440 à 1390.) Il prit des extrémités de cette base avec un demi-cercle de 3 pieds & demi les angles avec les tours de Leiden & de Soeterwoude, & il détermina leur distance de 1092 perches. Par cette distance il détermina la situation de la plupart des Villes de la Hollande, & de quelques-unes de Flandre par la Trigonométrie. Les deux Villes où il a observé, qui sont l'une le plus au Nord, & l'autre le plus au Midi, sont celles d'Alcmaer & de Bergopsom. Il transporta à Alcmaer une ligne Méridienne qu'il avoit tracée à Leiden, & ayant connu l'angle que la ligne tirée d'Alcmaer à Bergopsom faisoit avec la Méridienne, il détermina la partie du Méridien interceptée entre les parallèles de ces deux Villes de 34018 perches.

Il observa ensuite avec un quart de cercle de 5 pieds & demi de rayon la hauteur du Pole de ces deux Villes. Il trouva celle d'Alcmaer de $52^{\circ}40'\frac{1}{2}$, & celle de Bergopsom de $51^{\circ}29'$ plus petite que la précédente de $1^{\circ}11'\frac{1}{2}$; & ayant retiré 25 perches de la distance entre Alcmaer & Bergopsom pour la réduction des lieux où il avoit fait ses observations, il détermina la grandeur du degré de la circonférence de la terre de 28473 perches. Ayant aussi observé la hauteur du Pole à Leiden, il détermina par l'arc du Méridien intercepté entre ces deux Villes, la grandeur du degré de 28510 perches. Prenant un milieu entre ces deux déterminaisons, l'on a la grandeur du degré de 28500 perches du Rhin, ou 55021 toises de Paris.

La méthode dont s'est servi Snellius, est la même que nous avons employée dans la prolongation de la Méridien-

ne. Il paroît néanmoins que la base qu'il a mesurée actuellement est fort petite, ce qui pourroit avoir causé des erreurs considérables dans la suite de ses triangles : mais comme il a vérifié ses mesures par une nouvelle base à peu près de la même grandeur, nous supposons ses observations telles qu'il les rapporte, & nous verrons ensuite ce qui en résulte, étant comparées avec les hauteurs du Pole que j'ai observé en quelques villes d'Hollande, qui sont comprises dans ses triangles.

Pendant mon séjour en Hollande, où j'avois porté un Océans de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de rayon, dont nous nous sommes depuis servi dans le dernier voyage; j'observai le 10 Novembre de l'année 1697 à Rotterdam, qui est une des Villes des plus Méridionales de cette Province, la hauteur Méridienne de l'Etoile Polaire de $54^{\text{d}} 16' 5''$. Etant allé ensuite à Alcaer, qui est la capitale de la North-Hollande, j'y observai la hauteur Méridienne de l'Etoile Polaire de $54^{\text{d}} 58' 10''$. La différence entre ces hauteurs est de $42' 5''$, qui est l'arc du Méridien intercepté entre les parallèles d'Alcaer & de Rotterdam, négligeant la différence de réfraction qui ne monte pas à deux secondes. Il s'agit donc de sçavoir de combien de toises est cet arc du Méridien, pour pouvoir ensuite déterminer en toises la grandeur du degré d'un grand cercle de la circonférence de la Terre. Voici comme on peut le tirer des observations de Snellius.

Snellius détermine la différence de l'arc du Méridien intercepté entre les parallèles d'Alcaer & de Leiden de 14215 perches. De Leiden il a observé que la Tour de Goude déclinait de la Méridienne de $44^{\text{d}} 49'$ vers l'Orient. Et il détermine dans la suite de ses triangles l'angle entre Goude & Rotterdam de $43^{\text{d}} 36'$ dont Rotterdam est plus Occidental. La Tour de Rotterdam décline donc de la Méridienne de Leiden de $1^{\text{d}} 13'$ vers l'Orient, & la distance entre Leiden & Rotterdam étant selon Snellius de 6972 perches, l'on aura l'arc du Méridien entre Leiden & Rotterdam de 6970 perches, qui étant ajoutées à la distance d'Alcaer & de Leiden sur le Méridien de 14215,

perches, donnent la distance entre Alcaer & Rotterdam de 21185 perches du Rhin, qui étant réduites au pied de Paris font 40913 toises. Le lieu où j'ai observé à Alcaer, tiré du plan de cette Ville, est 20 à 30 toises plus Méridional que la grande Eglise où Snellius a observé; & le lieu où j'ai observé à Rotterdam est à 30 à 40 toises plus Septentrional que la Tour de la grande Eglise, qui est apparemment celle où Snellius a observé, puisqu'elle se distingue de toutes les autres par sa hauteur, comme je l'ai remarqué dans mon Journal.

Les lieux où Snellius a observé étant donc l'un plus Septentrional, & l'autre plus Méridional, que ceux de mes observations, en ajoutant leur différence, l'on aura 60 toises, qu'il faut retrancher de la distance entre Alcaer & Rotterdam, & l'on aura dans l'intervalle de 42' 5" que l'on a observé entre ces deux Villes 40853 toises de Paris, & pour un degré 58245 toises. Cette mesure excède celle que nous avons déterminée par les observations faites dans le dernier voyage de plus de 1000 toises, bien loin de s'accorder à celle que Snellius détermine par ses observations.

Cette différence m'a paru si considérable, que j'ai cru devoir examiner moi-même la méthode dont Snellius s'est servi, & calculer ses triangles sur les observations qu'il a faites & qu'il rapporte dans son Livre. Ce qui m'y a porté aussi sont quelques erreurs d'impression qui sautent d'abord aux yeux, & entr'autres au Livre 2, pag. 173, ligne 20 & 21, où au lieu de *distantia inter Leidam & Rotterodamum*, il faut lire *inter Goudam & Rotterodamum*. J'ai donc d'abord calculé sur sa base mesurée actuellement la distance entre Leiden & Soeterwoude, qui se trouve conforme à celle qu'il a marquée. Sur cette distance j'ai calculé celle qui est entre la Haye & Leiden, que j'ai trouvée de même que lui de 4103 perches, & dans le triangle *AEF* formé par la Haye, Leiden & Rotterdam, la distance *AE* entre la Haye & Leiden étant déjà connue, l'angle *AFE* que Leiden & la Haye font à Rotterdam étant observé de 39° 53", & l'angle *AEF* que Rotterdam & la Haye font à Leiden étant

observé de $53^{\text{d}} 40'$, j'ai trouvé la distance EF entre Leiden & Rotterdam de 6386 perches du Rhin, & la distance AF de la Haye à Rotterdam de 5154. Snellius, Liv. 2, pag. 173, ligne 12, dans le même triangle où il rapporte les angles observés dont je me suis servi, donne la distance AF entre la Haye & Rotterdam de 5616, & la distance EF de Leiden à Rotterdam de 6972 plus grande que celle qui résulte du calcul de 586 perches du Rhin, qui font plus de 1100 toises.

Supposant la distance AE entre la Haye & Leiden de 4103, il détermine ensuite dans le triangle AES formé par la Haye, Leiden & Goude, la distance ES de Leiden à Goude de 5898 perches; & ayant observé des deux extrémités de cette base les angles à Rotterdam, il détermine dans un autre triangle EFS formé par Leiden, Goude & Rotterdam, la distance EF entre Leiden & Rotterdam de 4883. En calculant ce triangle sur ses observations, je trouve la distance EF de Leiden à Rotterdam de 6972, telle qu'il l'avoit marquée dans le Problème précédent hors de sa place, & la distance entre Goude & Rotterdam de 4883, ce qui m'a fait voir qu'au lieu de Leiden il faut lire Goude, & que ce n'est ici qu'une erreur d'impression. Mais je ne sçai comment accorder ces deux déterminations de la distance EF de Leiden à Rotterdam; qui résultent de deux triangles différens, l'une de 6386, & l'autre de 6972. La première détermination est plus immédiate, mais la seconde est celle sur laquelle il a établi sa mesure, & se trouve vérifiée par d'autres triangles; mais il n'y a aucun angle observé à Rotterdam. L'on peut donc conclure, ou que les observations des angles du premier triangle AEF sont fautive, ou qu'il s'est trompé en prenant un autre lieu pour Rotterdam; & alors il n'y auroit point d'erreur dans sa mesure.

Ce seroit au moins un fait qui mériteroit d'être vérifié; & cela se pourroit exécuter aisément par une personne qui seroit sur les lieux, en faisant une station sur le haut de la Tour de Rotterdam, & observant de-là les angles entre la
Haye

Haye & Leiden , Goude , Dort & Willemstadt.

Examinons à présent ce qui résulte de la distance de Leiden à Rotterdam déterminée par les premiers triangles. J'ai déjà dit que la Tour de Rotterdam déclinait de la Méridienne de Leiden de $1^{\text{d}} 13'$ vers l'Orient, & supposant la distance EF de Leiden à Rotterdam de 6386 perches, comme on la vient de trouver par le triangle AEF , l'on aura l'arc du Méridien entre Leiden & Rotterdam de 6384, qui étant ajouté à l'arc du Méridien entre Leiden & Alcmaer de 14215, donne la distance entre le parallèle d'Alcmaer & celui de Rotterdam de 20599 perches du Rhin ou 39767 toises de Paris; & retranchant 60 toises pour la différence entre les lieux où j'ai observé & ceux de Snellius, l'on aura 39707 toises pour $42' 5''$, & pour un degré 56612 toises.

Cette mesure est beaucoup différente de celle que nous avons trouvée d'abord, excède celle de Snellius de 1600 toises, & est plus petite de plus de 400 toises que celle que M. Picard a déterminée entre les parallèles de Sourdon & de Malvoisine.

Mais afin de ne rien laisser de ce qui peut servir d'éclaircissement sur ce sujet, j'examinerai ici ce qui résulte des observations faites à Alcmaer & à la Haye. Je n'ai pas observé dans la dernière Ville la hauteur de l'Etoile Polaire, mais j'y ai pris plusieurs fois des hauteurs Méridiennes du Soleil, par lesquelles j'avois déterminé la hauteur du Pole de $52^{\text{d}} 4' 13''$. La hauteur du Pole d'Alcmaer tirée de l'observation de l'Etoile Polaire est de $52^{\text{d}} 38' 34''$, la différence entre les parallèles de cette Ville & de la Haye est donc de $34' 21''$. Snellius a observé de Leiden que la Tour de la Haye déclinait de la Méridienne de $52^{\text{d}} 22'$. La distance de Leiden à la Haye étant donc donnée de 4103 perches, l'on aura la différence entre les parallèles de ces deux Villes de 2505, qui étant ajoutée à 14215 distance de Leiden à Alcmaer sur le Méridien, donne la différence entre Alcmaer & la Haye de 16720 perches, qui conviennent à $34' 21''$ de latitude. Négligeant la différence qui est entre les lieux des stations de Snellius, & ceux où j'ai ob-

servé; à cause qu'elle est peu sensible, l'on aura la grandeur du degré de 29205 perches du Rhin ou 56382 toises: ce qui donne une détermination encore plus petite que celle qui résulte de la dernière comparaison, où l'on avoit supposé la distance de Leiden à Rotterdam de 6386 perches, telle qu'on l'avoit trouvée par le calcul fondé sur les règles qu'il rapporte.

DE LA RESISTANCE DES SOLIDES

en général, pour tout ce qu'on peut faire d'hypothèses touchant la force ou la ténacité des Fibres des Corps à rompre; Et en particulier pour les hypothèses de Galilée & de M. Mariotte.

PAR M. VARIGNON.

1702.
24. Mars.

Galilée dans ce qu'il a fait de la Résistance des Solides, suppose partout qu'à l'endroit où un corps se rompt, toutes les fibres qui en retenoient les parties qui se séparent, comme cousues ou liées ensemble, se cassent à la fois: De sorte que selon lui ce corps résiste toujours de toute sa force absolue, c'est-à-dire, de la force entière de tout ce qu'il a de telles fibres à l'endroit où on le veut rompre, de quelque manière qu'on s'y prenne. Mais M. Mariotte dans son *Traité du Mouvement des Eaux*, Part. 5. Disc. 2. & quelques autres après lui, voyant au contraire que la plupart des corps, même le verre, plient avant que de se rompre, ils en ont considéré les fibres comme capables de prêter à peu près de même qu'autant de petits ressorts ou de petits filets ridés, lesquels ne se casseroient qu'après s'être entièrement déployés. Et suivant cette idée, comme l'extension des fibres, par exemple Hh , de la base de fracture ABC du corps $ABCLMN$ scellé par un bout dans le mur XYZ , & rompu (ainsi qu'on le voit en $AbClnn$) par l'effort du poids R , doit être d'autant

PLANCHE II.
FIGURE I.