

Zones d'influence gravitationnelle (ZIG)

Soleil - Planètes

Calculs et graphiques sous Geogebra

Tout corps du Système solaire subit de la part des autres corps une attraction gravitationnelle. Celle du Soleil étant prépondérante, par simplification, les autres sont souvent considérées comme pouvant être négligés.

Mais lorsque un petit corps s'approche d'une planète, l'action de cette dernière peut devenir importante et même prépondérante, c'est le cas pour les satellites naturels. Il en est de même, à une moindre échelle pour les perturbations réciproques engendrées entre planètes et autres corps.

Dans les voyages d'une sonde de la Terre vers une autre planète, les passages rasants auprès d'une autre planète, par son action gravitationnelle, sont les moyens essentiels pour atteindre les planètes géantes, par rebond gravitationnels.

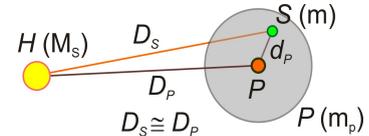
Nous allons estimer et visualiser pour chacune des planètes (de Mercure à Saturne), la distance à laquelle une planète devient concurrentielle par rapport au Soleil et tracer ces zones d'influence à l'échelle.

Géométrie et équations du problème

Nous avons un Soleil H et une planète à la distance D .

A quelle distance de la planète, la force gravitationnelle de celle-ci est-elle égale à celle du Soleil ou vaut deux fois, trois fois, gf fois... celle du Soleil ?

Soient F_S et F_P les forces gravitationnelles exercées par le Soleil de masse M_S et la planète de masse m_P sur petit corps comme une sonde S de masse m :

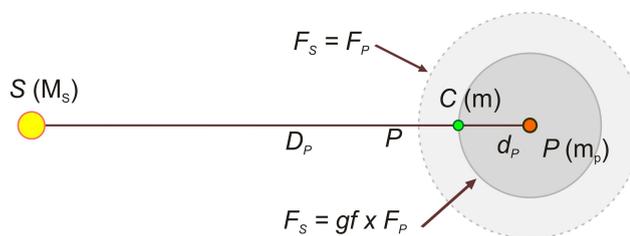


$$F_S = G \frac{M_S \cdot m}{D_S^2} \quad F_P = G \frac{m_P \cdot m}{d_P^2}$$

Comme la distance Soleil-planète ou Soleil-sonde est très grande, le résultat est pratiquement identique si l'on assimile la distance Soleil-sonde à celle Soleil-planète :

$$D_S \approx D_P$$

Le schéma se simplifie :



On peut définir une limite : la zone d'influence où les deux forces sont égales

$$G \frac{M_S \cdot m}{D_S^2} = G \frac{m_P \cdot m}{d_P^2}$$

et la zone où la force exercée par la planète vaut gf fois celle du Soleil $F_P = gf \times F_S$

$$G \frac{m_P \cdot m}{d_P^2} = fg \cdot G \frac{M_S \cdot m}{D_P^2}$$

En simplifiant, exprimons la distance d_p en fonction de gf :

$$d_p = D_p \cdot \sqrt{\frac{1}{gf} \frac{m_p}{M_s}}$$

Et le rayon de la sphère d'influence :

$$d_1 = D_p \cdot \sqrt{\frac{m_p}{M_s}}$$

Il s'agit maintenant de représenter à l'échelle les deux corps, Soleil et planète de rayons connus et tracer la sphère qui correspond au coefficient variable fg .

Construction et calculs avec Geogebra

Sous Geogebra, la représentation se fera en 2D et la sphère sera remplacée par un cercle.

L'unité de distance choisie sera le millier de km :

1 unité geogebra = 1000 kilomètres

Geogebra

Convention d'écriture pour Geogebra : dans ce document les textes en **gras** et police Arial sont des textes à écrire dans la *fenêtre de saisie* ou apparaissent dans la *fenêtre algèbre* de l'application Geogebra.

Exemple, positionnement d'un **point A** à l'abscisse **xa** et d'ordonnées **0** :

$$\mathbf{A} = (\mathbf{xa}, \mathbf{0})$$

Aide Geogebra : consulter le document "Eléments de base dans GeoGebra" fichier d'initiation *elements_geogebra5.pdf* pour les commandes de base.

(http://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/astrogebra/elements_geogebra5.pdf)

Nota : tous les éléments de la *version 5* existent dans la *version 6*, mais se présentent avec un aspect différent.

Dans le texte, on se réfère au fichier *elements_geogebra5.pdf* et à un paragraphe par la notation [Elem. Geogebra n], n étant le numéro du paragraphe.

Les données sur le Soleil et les planètes sont dans le fichier de départ *zig_data.ggb*.

Ouvrir ce fichier.

On peut y voir les données prédéfinies :

<i>Fenêtre</i>	<i>Données</i>	<i>Objets</i>	<i>Unités</i>
Tableur	Données planètes	C3:C8 I3:I8 J3:J8	demi-grands axes masses rayons unités astron. kilogrammes mètres
Algèbre	Données Soleil l'unité astronomique Séquences	MS RS ua Planetes Axes Mplanetes Rplanetes	masse du Soleil rayon du Soleil unité astronomique noms des planètes demi-grands axes masses planètes rayon des plantes kilogrammes kilomètres mètres mètres kilogrammes mètres
Graphique	Curseur index	ipla	1, 2,... , 6

Travail avec Geogebra

La rentrée des données se fait dans la fenêtre **Saisie** [Elem. Geogebra 1] située ici en bas de fenêtre **Geogebra**. On peut faire des copiés-collés à partir du fichier PDF de travail *zig_planetes.pdf*.

On peut aussi cacher la partie tableur.

En choisissant une planète, extraire ses éléments en convertissant aux bonnes unités :

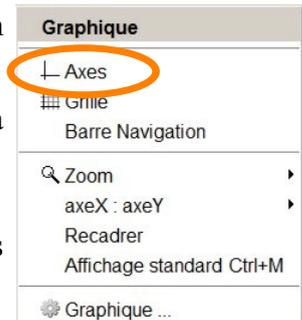
Rayon de la planète **rpla = Elément(Rplanetes, ipla) / 1000 / 1000** (unité geogebra)
Masse de la planète **mpla = Elément(Mplanetes, ipla)**
Distance planète-Soleil **dpla = Elément(Axes, ipla) ua / 1000 / 1000**

Pour plus de clarté, cacher les axes : Menu Bouton droit Graphique en décochant **Axes**.

Tracer une droite sur l'axe des abscisses sur lequel on mettra le Soleil et la planète :

$$\mathbf{dh: y = 0}$$

Cacher son label par Menu Bouton droit sur l'objet ou par ses "propriétés"..



Construction géométriques :

Cercle solaire : **csol = Cercle((0,0), RS / 1000)**

Cercle planète : **cpla = Cercle((dpla, 0), rpla)**

Pour voir la planète, il faut zoomer -, se déplacer et zoomer +, pour s'adapter aux dimensions et réalité du système planétaires : grandes distances et petits rayons.

Calcul de la force gravitationnelle exercée par la planète

Créer le curseur **gf** qui permet de faire varier le rapport des forces exercées par la Soleil et la planète :

$$\mathbf{gf = Curseur(0, 200, 1, 1, 150)}$$

le placer en bas à gauche et lui donner la valeur 1.

Il suffit de faire calculer l'expression de la distance : $d_p = D_p \cdot \sqrt{\frac{1}{gf} \frac{m_p}{M_s}}$

$$\mathbf{dforce = dpla * sqrt(mpla / MS / gf)}$$

et de tracer un cercle de rayon **dforce** :

$$\mathbf{cforce = Cercle((dpla, 0), dforce)}$$

Pour l'observer, utiliser le zoom.

Afin d'optimiser les variations avec le Zoom voir [Elem. Geogebra 13 premier paragraphe]

Mettre des couleurs et des fonds semi-transparents sur les cercles Soleil, planète et distance force.

Afficher à l'écran graphique, dans un encadré texte le rayon de la planète, le rapport des forces et le rayon de la zone avec les bonnes unités en (kilomètres).

Exemple d'affichage ->



Zig et Zag autour d'une planète

Pour mieux délimiter l'action gravitationnelle d'une planète, on définit deux zones par leurs rayons :

- la Zig : zone d'influence gravitationnelle ou la force exercée par la planète est au moins $1/10^{\text{ème}}$ de celle du Soleil,
- la Zag : zone d'action gravitationnelle ou la force exercée par la planète est au moins 10 fois celle du Soleil.

Calculer les rayons de ces zones et en tracer les cercles.

$$r_{\text{zig}} = d_{\text{pla}} * \text{sqrt}(m_{\text{pla}} / M_{\text{s}} / 0.1)$$

$$r_{\text{zag}} = d_{\text{pla}} * \text{sqrt}(m_{\text{pla}} / M_{\text{s}} / 10)$$

Tracés des cercles

$$c_{\text{zig}} = \text{Cercle}((d_{\text{pla}}, 0), r_{\text{zig}})$$

$$c_{\text{zag}} = \text{Cercle}((d_{\text{pla}}, 0), r_{\text{zag}})$$

Observations et calculs

Les résultats sont à inscrire dans le tableau ci-dessous.

1 - Regarder, en changeant de planètes, en zoomant + et –, les grandeurs relatives des cercles d'influences avec la planète et les rapports des forces.

Comparer les zones ZIG et ZAG de Jupiter et Saturne.

2 - Observer le changement de rayon pour un rapport de force :

- 4 fois plus grand
- 100 fois plus grand

3 - Pour la Terre, estimer ce rapport avec la distance Terre Lune (400 000 km).

4 - Quel est le rapport des forces à la distance de la Lune ?

5 - Lorsque la sonde Rosetta, en route vers la comète 67P/Tchoury, est repassée près de la Terre pour un rebond gravitationnel, à 2000 km d'altitude (1954 km), quelle était le rapport des forces exercées par le Soleil et la Terre ?

6 - Et le passage sur Mars à 250 km d'altitude ?

Changer les paramètres de plage du curseur **gf** si nécessaire.

Tableau des résultats

	<i>Observation</i>	<i>Rapport des forces</i>
3	Terre - rapport des forces à la distance de la Lune.	
4	Quel est le rapport des forces à la distance de la Lune ?	
5	Sonde Rosetta 1 ^{er} rebond gravitationnel avec la Terre à 1954 km de la surface.	
6	Sonde Rosetta 2 ^{ème} rebond gravitationnel avec Mars à 250 km de la surface.	
7	L'emprise de Jupiter sur Io (421 000 km)	
8	L'emprise de Jupiter sur Callisto (1 882 700 km)	

Appendix

Complément sur les influences gravitationnelles dans les étoiles doubles

Dynamique stellaire

Dans le cas de la dynamique des étoiles doubles, lorsqu'une des composantes évolue en fin de séquence principale, vers le stade de géante rouge, son atmosphère rempli et dépasse un volume limité par une surface appelée surface de Roche, équipotentielle ou la gravité est nulle.

A ce moment, de la matière retombe sur la deuxième étoile. Sa masse change et provoque un changement de luminosité et perturbe son évolution en accélérant les réactions nucléaires en son centre par l'augmentation de pression et température.

Édouard Roche (1820-18 avril 1883) astronome et mathématicien français, introduisit cette notion en 1873.

Schéma : <http://www.cosmovisions.com/lobedeRoche.htm>

