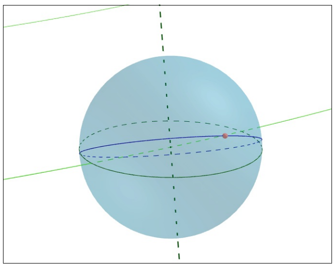
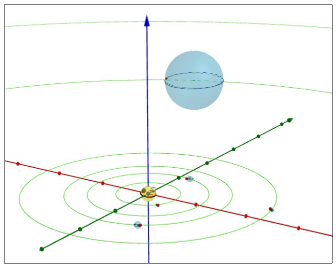




Système solaire visualisation des rotations et mouvements sur les orbites

avec Geogebra

Introduction

Les objets du Système solaire sont continuellement en mouvement. Le Soleil et les planètes tournent sur eux-mêmes et sont en orbites autour du barycentre du système, les lois de Kepler régissant les périodes orbitales. Chacun possède sa propre vitesse de rotation.

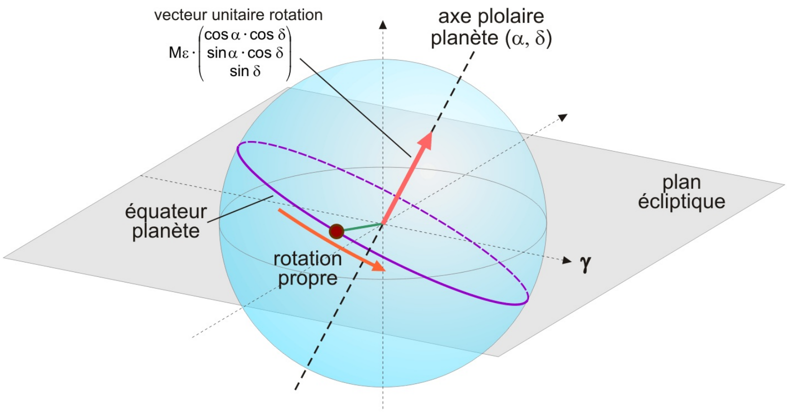
On se propose, en simplifiant la structure du Système solaire, d'avoir une vision globale des mouvements et rotations : faire apparaître les mouvements des planètes sur leurs orbites et les voir tourner sur elles-mêmes avec leurs périodes propres.

La simulation portera sur le Soleil et les six planètes visibles à l'oeil nu : de Mercure à Saturne.

La construction se fera en deux étapes :

1) en 2D, en mettant toutes les orbites dans un même plan (plan de l'écliptique) et en orientant tous les axes de rotation perpendiculairement au plan de l'écliptique, on construit

- les orbites circulaires des planètes
- des cercles représentant l'équateur des planètes que l'on fera tourner sur leurs trajectoires avec leurs périodes orbitales
- pour chaque planètes et le Soleil, pour visualiser les rotations propres, un point sur leur équateur visualisant la rotation propre.



2) passage en 3D, en construisant pour chaque objet

- une sphère de rayon adapté à l'objet
- un axe de rotation avec sa direction propre
- réorientation des cercles équateurs orthogonaux aux axes de rotation
- et en faisant tourner un point équatorial sur l'équateur

Les ordres de grandeur des orbites et des planètes sont très différents. Pour rendre visible l'ensemble, deux échelles seront utilisées et la grandeur du Soleil sera minimisée.

Données de départ

Les données utiles à la construction sont contenues dans le fichier *datarot_syssol.ggb* qui sert de fichier de départ.

Voir Annexe 1.

Le plan de référence du Graphique xOy est le plan de l'écliptique, la direction Ox est la direction du point vernal.

Lancer **Geogebra** et ouvrir le fichier *datarot_syssol.ggb*.

Geogebra

Convention d'écriture pour Geogebra : dans ce document les textes en **gras** et police Arial sont des textes à écrire dans la *fenêtre de saisie* ou apparaissent dans la *fenêtre algèbre* de l'application Geogebra.

Exemple, positionnement d'un **point A** à l'abscisse **xa** et d'ordonnées **0** :

A = (xa, 0)

Aide Geogebra : consulter le document "*Eléments de base dans GeoGebra*" fichier d'initiation *elements_geogebra.pdf* pour les commandes de base.
(http://cral.univ-lyon1.fr/labo/fc/astrogebra/elements_geogebra.pdf)

Echelles des distances et rayons des objets

Les demi-grands axes des planètes sont donnés en unités astronomiques. L'échelle des orbites des planètes sera le million de kilomètres : orbite de la Terre = 150.
L'échelle des rayons des planètes sera le millier de kilomètres : rayon Terre = 6.371
Le rayon du Soleil pour ne pas être trop grand sera en plus divisé par 50.

Pour simplifier la construction des objets des 6 planètes, le travail sera organisé en séquences : périodes orbitales, périodes de rotation, demi-grands axes, rayons équatoriaux. Les nouveaux objets seront des séquences construites avec ces éléments de base.

Geogebra

Création des séquences de données :

– Périodes de révolution (années)	**Prevol = {B2,B3,B4,B5,B6,B7}*365.25**
– Périodes de rotation (jours)	**Prot = {B15,B16,B17,B18,B19,B20}**
– Demi-grands axe des orbites	**aorb= {C2,C3,C4,C5,C6,C7} ua / 1000000000**
– Rayon des planètes (en milliers de km)	**rpla = {J2,J3,J4,J5,J6,J7} / 1000000**

Le nombre de planètes à tracer est

npla = Longueur[aorb]

mais peut être changé en ajoutant ou retranchant des données dans les listes ci-dessus.

I – Construction 2D des orbites et planètes

Le premier objet placé est le soleil. Il sera mis au centre du graphique quoique en réalité il suive une petite orbite complexe autour du barycentre sous l'influence gravitationnelle des planètes, principalement Jupiter et Saturne.

Geogebra

Construction du Soleil.

Il est au centre du système représenté par le point **S** (style : dimension 1) :

S = (0,0,0)

– période de rotation du Soleil (jours)

Psol = B24

Cercle solaire (jaune ocre, transparence 25%, sans label)

rsol = J11 / 1000000 / 50

csol = Cercle[S, rsol]

Orbites, points centres et cercles des planètes

Avec les séquences de données établies précédemment, construire les cercles orbites des planètes et les centres mobiles en fonction du temps, sur ces cercles.

Dans la représentation, à l'origine du temps est arbitraire, leurs positions à t = 0 aussi. Leur position angulaire sera prise nulle au temps origine.

Les planètes tournant uniformément avec leur période propre de révolution, les vitesses angulaires valent :

$$\frac{2\pi}{P_i} = \frac{360}{P_i} \qquad (i = 1, 2, ...,6)$$

Et à un temps t, les positions angulaires sont :

$$\frac{2\pi}{P_i} \times t = \frac{360}{P_i} \times t \qquad (i = 1, 2, ...,6)$$

dont on prendra le modulo 360 pour ne garder que des angles plus petit que 360°.

Les planètes seront représentées par leurs cercles équatoriaux mis dans le plan du graphique.

Geogebra

Tracer les orbites circulaires

corb = Séquence[Cercle[(0, 0), Elément[aorb, i]], i, 1, npla]

Si l'on ne soucie pas de la position au temps origine, la position angulaire de chaque planète varie en fonction du temps avec sa vitesse angulaire orbitale

360 / Elément[Prot, i]

Positions des planètes sur leurs orbites (bleu, dim. 1, forme croix)

Ptpla = Séquence[(Elément[aorb, i]; Reste[(360 / Elément[Prevol, i] tps)°,360]), i, 1, npla]

et leurs cercles équatoriaux

cpla = Séquence[Cercle[Elément[Ptpla, i], Elément[rpla, i]], i, 1, npla]

Sauver avec un nouveau nom personnalisé de fichier.

Rotation propre des corps

Pour faire apparaître la rotation propre du Soleil et des planètes, on fera tourner, autour de leurs centres respectifs, un point sur leur cercle équateur. Il est repéré par l'angle φ variable avec le temps (voir figure).

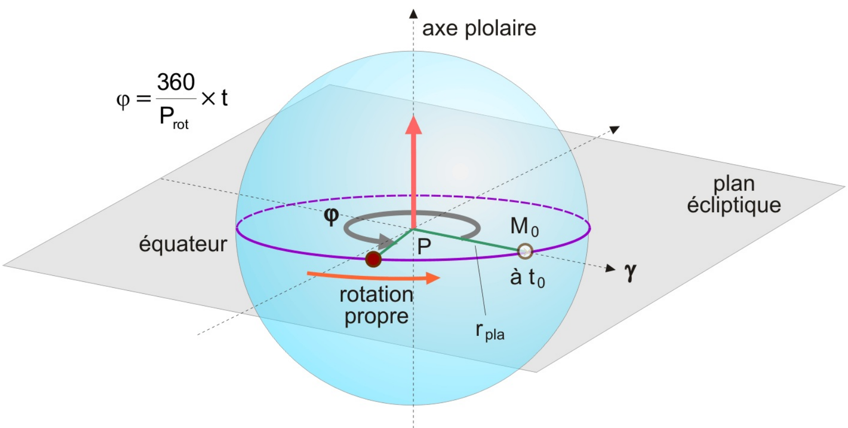
Ici aussi, la position à t = 0 des ces points est arbitraire. Leur angle de position φ sera pris nul au temps origine.

Avec le temps, cet angle φ varie proportionnellement à t avec une vitesse angulaire $\frac{2\pi}{P_{rot}}$ ou $\frac{360}{P_{rot}}$

$$\varphi_{Pla} = \frac{2\pi}{P_{rot}} \times t \quad \text{ou} \quad \frac{360}{P_{rot}} \times t$$

Dont on prendra le modulo 360.

Construire la séquences des angles de position des points de rotation propre.



Geogebra

1 – Soleil, point figuratif équatorial de la rotation :

φsol = Reste[360 / Psol tps, 360]°
Ptsol = Rotation[(rsol, 0, 0), φsol, Droite[S, Vecteur[(0, 0, 1)]]]

2 – les séquences équivalentes pour les planètes :

φpla = Séquence[Reste[360 / Elément[Prot, i] tps, 360]°, i, 1, npla]

et l'on place les points de rotation, les centres des planètes étant les centres de rotation :

Pts = Séquence[Rotation[Elément[Ptpla, i] + (Elément[rpla, i], 0, 0), Elément[φpla, i], Elément[Ptpla, i]], i, 1, npla]

ou si l'on anticipe la vue 3D en faisant la rotation autour de l'axe Oz :

Pts = Séquence[Rotation[Elément[Ptpla, i] + (Elément[rpla, i], 0, 0), Elément[φpla, i], Droite[Elément[Ptpla, i], Vecteur[(0, 0, 1)]]], i, 1, npla]

Animation

Pour faire tourner les planètes autour du Soleil et sur elles-mêmes, le temps va être animé.

Il est utile de pouvoir changer la vitesse de l'animation suivant ce que l'on veut voir : mouvement orbital ou rotation propre, Soleil, planètes extérieures ou telluriques...

Il sera créé un bouton bascule à 4 positions (0, 1, 2 et 3) qui permettra de doubler la vitesse entre chaque valeur, 0 donnant la vitesse minimale 0.0005 dans l'échelle Geogebra. Cette valeur sera à adapter suivant l'ordinateur utilisé.

Geogebra

On l'obtient par l'utilisation d'un entier prenant les valeurs 0, 1, 2 et 3 et permettant de définir la vitesse d'animation :

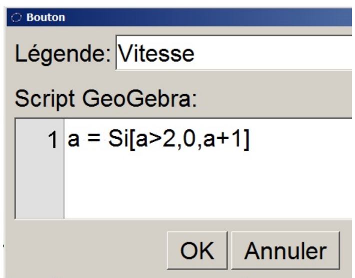
a = 0
vcode = 0.001 (2^(a - 1))

vcode étant l'incrément variable du temps **tps**.

Créer un bouton : **Bouton1**

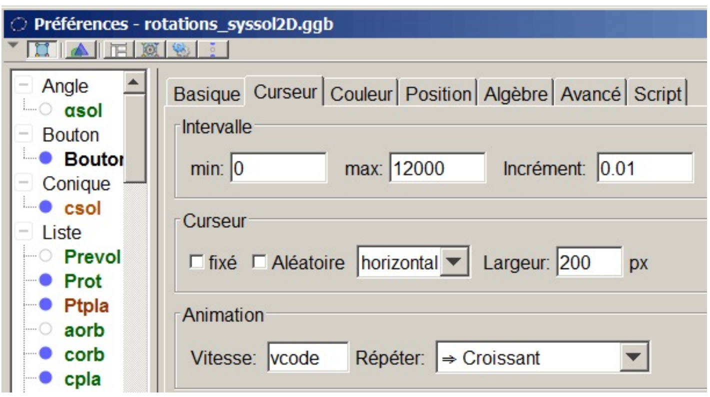
avec pour légende "**Vitesse**" et changer sa dimension et sa couleur si l'on veut.
Mettre le "**script par Clic**" (onglet **Propriétés / Script / Par Clic**) :

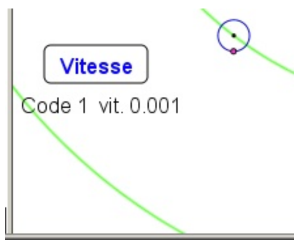
a = Si[a>2,0,a+1]



La valeur **vcode** sera mise dans la case **Animation/Vitesse** du **curseur tps** :

s





Sous le bouton, mettre un texte de position absolue à l'écran, donnant code de la vitesse et valeur.

Sauver.

Animer le temps **tps** et observer toutes les rotations en changeant la vitesse et le zoom du graphique.

II - Construction 3D

Faire apparaître la fenêtre 3D.

En ajoutant à chaque objet une sphère, une première vision 3D apparaît.

Geogebra

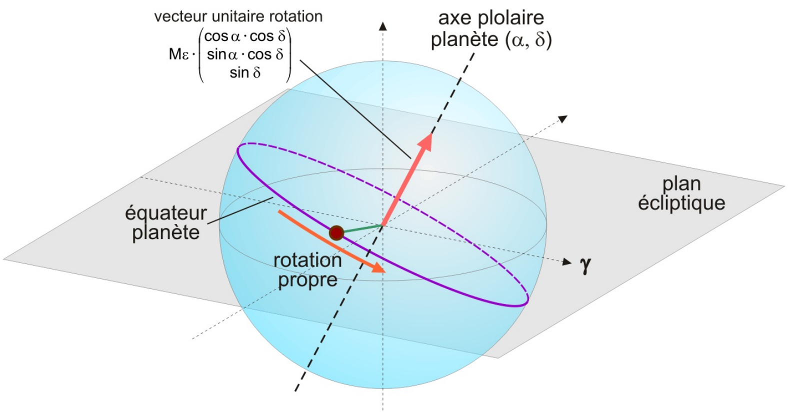
Construction des sphères représentant les objet, de centre **Ptpla**

sphP = Séquence[Sphère[Elément[Ptpla, i], Elément[rpla, i]], i, 1, npla]

et celle du Soleil à son échelle :

sphSol = Sphère[S, rsol]

à mettre en jaune et semi-transparent.



Pour que la vision 3D reste simple et visible, nous garderons les plans des orbites confondus avec le plan de l'écliptique.

Seuls les cercles équatoriaux seront orientés dans leurs directions respectives, et les points de rotations propres tourneront sur ces cercles.

Il faut donc pour chaque objet définir et tracer les axes de rotation définis par les coordonnées équatoriales (et   ) de leurs directions données dans la partie tableur.

Ces directions seront définis par leurs vecteurs unitaires ou vecteurs points :

$\begin{pmatrix} \cos\alpha \cdot \cos\delta \\ \sin\alpha \cdot \cos\delta \\ \sin\delta \end{pmatrix}$ ou vecteur point (1;   ;   ) en coordonnées équatoriales polaires

Les composantes de ces vecteurs sont définis dans le référentiel équatorial. Ils doivent être redéfinis dans le référentiel écliptique en subissant un rotation de **ε** = 23.45° autour de l'axe Ox. Pour cela on leur appliquera la matrice de rotation :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix}$$

Geogebra

Données déjà existantes dans le fichier de départ :

– Inclinaison de l'équateur terrestre sur l'écliptique : **ε = 23.45**

– Matrice de rotation pour le passage référentiel équatorial au référentiel écliptique

Mε = {{1, 0, 0}, {0, cos(ε°),sin(ε°)}, {0, -sin(ε°), cos(ε°)}}

On commencera par construire l'axe de rotation du Soleil, puis l'on repositionnera son cercle équateur.

Geogebra

Axe de rotation et équateur du Soleil

Vecteur direction axe du Soleil en coordonnées équatoriales

(1; D24°; E24°)

Axe de rotation du Soleil

axeS = droite[S,Mε (1; D24°; E24°)]

Equateur solaire :

cequS = Cercle[S, rsol, axeS]

Et l'on construit les mêmes éléments mais en séquences pour les planètes.

Geogebra

Planètes

Composantes vecteur axe de rotation :

αrot={D15,D16,D17,D18,D19,D20}
δrot={E15,E16,E17,E18,E19,E20}

Axes de rotation de chaque planète

axeP = Séquence[
Droite[Elément[Ptpla,i],Vecteur[Mε*(1;Elément[αrot,i]°;Elément[δrot,i]°)]], i,1,npla]

Droite[<Point> , <Vecteur>]

Reconstruction des cercles équateurs des planètes :

cpla = Séquence[Cercle[Elément[Ptpla, i], Elément[rpla, i], Elément[axeP, i]], i, 1, npla]

Il reste à reconvertir les points figuratifs des rotations.

Les équateurs ayant tournés, on ne peut plus prendre comme point au temps t = 0, le point défini dans le plan écliptique dans la direction du point vernal.

Pour trouver un point sur les équateurs, on prendra l'un des points intersections des équateurs et du plan écliptique.

Geogebra

Positions des Intersections des cercles équateurs et du plan écliptique au point ascendant :

Pinter = Séquence[Intersection[PlanxOy, Elément[cpla, i]], i, 1, npla]

ainsi que celui du Soleil :

PinterS = Intersection[PlanxOy, cequS]

Tous ces points sont à cacher.

Il faut définir, au temps origine, un point sur l'équateur de chaque planète. Nous prendrons les points intersections des cercles équateurs avec le plan écliptique, points au passage ascendant.

Ces points tourneront autour des axes polaires respectifs. Leur angle de position, fonction du temps, a été précédemment défini à une position origine près.

Il est toujours possible, si l'on veut préciser les positions angulaires origines de l'ajuster avec un décalage angulaire propre à chaque planète. Mais il n'y a pas lieu de le faire ici, car le temps origine n'est pas relié à un temps réel et la position origine peut être arbitraire.

Geogebra

Pour les planètes on construit les points visualisant les rotations propres positionnés par les angles **φpla** :

Pts = Séquence[Rotation[Elément[Pinter, i], Elément[φpla, i], Elément[axeP, i]], i, 1, npla]

Rotation[<Objet> , <Angle> , <Axe de Rotation>]

et pour le Soleil :

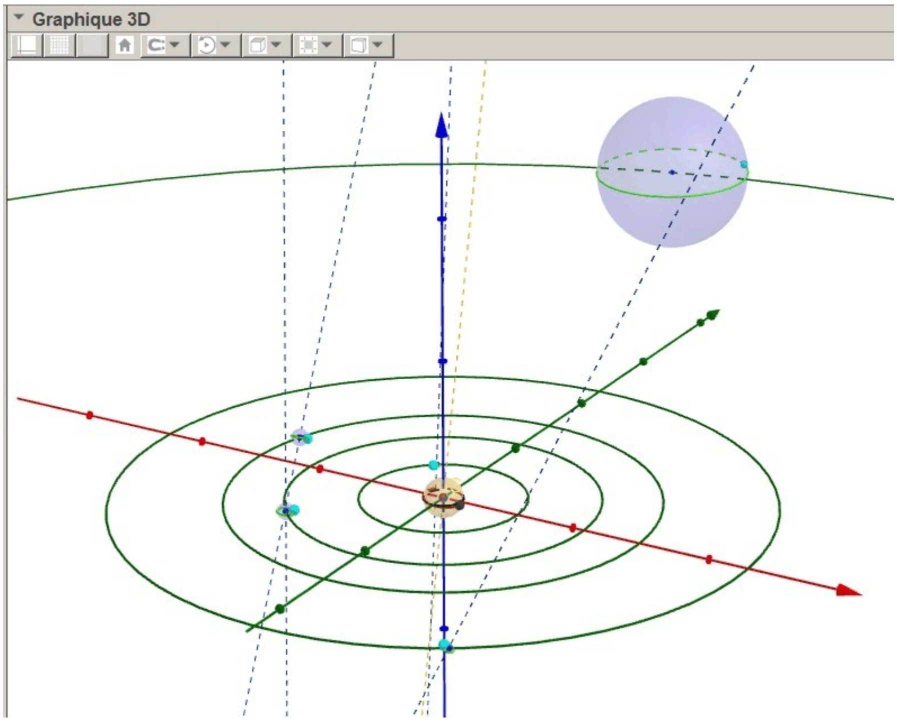
Ps = Rotation[PinterS_1, φsol, axeS]

ou plus directement sans la création des intersections :

Ps = Rotation[Intersection[PlanxOy, cequS], φsol, axeS]

On a donc toutes les planètes qui tournent autour du Soleil sur des cercles de rayons proportionnels au rayon de leurs orbites, les équateurs des planètes et du Soleil orientés perpendiculairement à leurs axes de rotation et un point sur chaque équateur qui tourneà la vitesse de leur rotation propre.

Il faut se servir du zoom et faire varier la vitesse de défilement du temps pour voir ces mouvements suivant que l'on regarde le Soleil, les planètes telluriques ou les planètes géantes.



Annexe

Données prérentrées

* Données

ua = 149598000000 l'unité astronomique en mètres

ε = 23.45 l'inclinaison de l'équateur terrestre sur l'écliptique en degrés

tps = curseur[0,12000,0.1,1,200] Curseur tempsde 0 à 12000 jours

* Matrice rotation référentiel équatorial vers référentiel écliptique (inclinaison de l'équateur sur l'écliptique)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & \sin\varepsilon \\ 0 & -\sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{bmatrix}$$

Mε = {{1, 0, 0}, {0, cos(ε°), sin(ε°)}, {0, -sin(ε°), cos(ε°)}}

* Les caractéristiques des planètes et du Soleil (tableur)

Tableur

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		*P (ans)*	*a*	*e*	*i*	*L2000.0*	*Ω*	*ϖ*	*Masse*	*R. equat.*
2	Mercure	0.24085	0.3871	0.20564	7.00498	252.25032	48.33077	77.4578	33000000000...	2439700
3	Vénus	0.6152	0.72334	0.00678	3.39468	181.9791	76.67984	131.60247	48700000000...	6051800
4	Terre+Lune	1.00002	1	0.01671	-0.00002	100.46457	0	102.93768	59700000000...	6371000
5	Mars	1.88085	1.52371	0.09339	1.84969	-4.55343	49.55954	-23.94363	64200000000...	3389500
6	Jupiter	11.86262	5.20289	0.04839	1.3044	34.39644	100.47391	14.72848	19000000000...	69911000
7	Saturne	29.4475	9.53668	0.05386	2.48599	49.95424	113.66242	92.59888	56800000000...	58232000
8	Uranus	84.01685	19.18916	0.04726	0.77264	313.23811	74.01693	170.95428	86800000000...	25362000
9	Neptune	164.79132	30.06992	0.00859	1.77004	-55.12003	131.78423	44.96476	10200000000...	25362000
10	Pluton	247.92065	39.48212	0.24883	17.14001	238.92904	110.30394	224.06892	13100000000...	1151000
11	Soleil	11.86262	0.00465	0	7.25		75.76	0	20000000000...	696000000
12										
13			*Incl.axiale*	*Pole*	*Nord*	*Rot. ang.*				
14		*Révol.*	*(°)*	*A.D. (°)*	*Dec. (°)*	*(° / jour)*				
15	Mercure	58.6462	0.01	281.01	61.45	6.14				
16	Vénus	-243.018	2.64	272.76	67.16	-1.48				
17	Terre+Lune	0.99727	23.4	0	90	360.99				
18	Mars	1.02596	25.19	317.67	52.88	350.89				
19	Jupiter	0.41354	3.12	268.06	64.5	870.54				
20	Saturne	0.44401	26.73	40.59	83.54	810.79				
21	Uranus	-0.71833	82.23	77.43	-15.1	-501.16				
22	Neptune	0.67125	28.33	299.36	43.46	536.31				
23	Pluton	-6.3872	60.41	-312.99	-6.16	-56.36				
24	Soleil	27.28	7.25	286.11	63.85	13.19648				

* Remarque sur l'entrée des données en séquences

Une première syntaxe simple permet de rentrer des données du tableur en séquences.

– Périodes de révolution (années) **Prevol = (B2:B7)*365.25**

– Périodes de rotation (jours) **Prot = B15:B20**

– Demi-grands axe des orbites **aorb= (C2:C7) ua / 1000000000**

– Rayon des planètes (en milliers de km) **rpla = (J2:J7) / 1000000**

Cette syntaxe peut poser des problèmes lorsque l'on réédite les objets (suivant version Geogebra). Alors, l'écriture suivante pet être plus appropriée :

– Périodes de révolution (années) **Prevol = {B2,B3,B4,B5,B6,B7}*365.25**

– Périodes de rotation (jours) **Prot = {B15,B16,B17,B18,B19,B20}**

– Demi-grands axe des orbites **aorb= {C2,C3,C4,C5,C6,C7} ua / 1000000000**

– Rayon des planètes (en milliers de km) **rpla = {J2,J3,J4,J5,J6,J7} / 1000000**

Il en est de même pour les séquences **αrot=(D15:D20)** et **δrot=(E15:E20)**