

Voyage d'une sonde de la Terre à Mars

Partie II - la trajectoire de la sonde Phoenix

La sonde Phoenix est partie le 4 août 2007 (à 11h26 heure française) pour aller explorer Mars. Sa trajectoire est proche de l'ellipse théorique tangente aux deux orbites de la Terre et Mars. Après avoir tracé les orbites réelles de la Terre et de Mars autour du Soleil, nous allons placer la trajectoire réelle de la sonde et la comparer à la trajectoire théorique.

- Site officielle de la sonde : <http://phoenix.lpl.arizona.edu/> (en anglais)
- Page internet en français : <http://www.nirgal.net/phoenix.html>
- Description : http://phoenix.lpl.arizona.edu/pdf/fact_sheet.pdf (en anglais)

I - Orbites réelles de la Terre et Mars ?

Grâce aux éphémérides précises de l'IMCCE (Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Éphémérides), accessible par internet, il est possible de tracer en projection dans le *plan de l'écliptique*, les orbites des deux planètes.

Page de calcul des éphémérides :

<http://www.imcce.fr/page.php?nav=fr/ephemerides/index.php?query=generateur>

Description et usage (documents sur : http://ww-obs.univ-lyon1.fr/labo/fc/ateliers_2006-07)

Ephémérides astronomiques. Serveur de l'IMCCE (fichier : [ephem_imcce.pdf](#))

Manipulations des données. Ephémérides astronomiques. Serveur de l'IMCCE (fichier : [data_ephemerides.pdf](#))

Ia - Téléchargement des données (page simulation : [page_generateur.mht](#))

- choix du corps ?
- repère ?
- plan de référence ?
- type de coordonnées ?
- type d'éphémérides ?
- échelle de temps ?
- date de départ ?
- nombre de dates (pour couvrir au moins une révolution complète) ?
- pas d'échantillonnage ?

Sauver les fichiers dans votre ordinateur.

Ia - Téléchargement des données :

- choix du corps : Terre et Mars (un à la fois)
- repère héliocentrique
- plan de référence : écliptique
- type de coordonnées (sphériques ou rectangulaires)
- type d'éphémérides : J2000.
- échelle de temps : UTC
- date de départ : 1^{er} juillet 2007 à 0 heure
- nombre de dates : 1000
- pas d'échantillonnage : 1 jour

Si vous ne pouvez accéder à l'IMCCE vous trouverez ces fichiers pré-téléchargés

Type de coordonnées	Fichiers Terre et Mars	Contenu
Coordonnées rectangulaires	ephem_xyz.htm	dates, heures, coordonnées X, Y, Z distances au Soleil
Coordonnées sphériques	ephem_lb.htm	dates, heures, longitudes (<i>l</i>), latitudes (<i>b</i>) écliptiques, distances au Soleil

Remarque : type de coordonnées à utiliser

Si vous utilisez les *coordonnées écliptiques sphériques* qui donnent les *longitudes et latitudes écliptiques*, il faudra pour construire les orbites calculer les coordonnées *rectangulaires* des planètes. Mais la longitude écliptique est très utile pour visualiser rapidement un objet dans le système solaire.

Inversement, avec les coordonnées écliptiques, le tracé est immédiat, mais il sera peut être nécessaire de calculer les longitudes écliptiques pour mieux suivre la sonde et les planètes.

Ib - Transfert des données dans Excel et extraction

Fichier de travail : *sonde_phoenix_travail_0.xls*

On utilisera les coordonnées rectangulaires données par l'IMCCE.

Pour chaque planète, on fait un copié-collé des 1000 lignes de données textes que l'on reporte dans la *colonne A* de la *feuille Ephem Terre* pour la Terre et *feuille Ephem Mars* pour la planète Mars.

Formules d'extraction et format

En utilisant les fonctions appropriées, pour la ligne 16 puis par recopie de formules jusqu'à la ligne 1015, extraire les données suivantes :

- Colonne B : date
- Colonne C : X planète
- Colonne D : Y planète
- Colonne E : Z planète
- Colonne F : distance au Soleil

Mettre les bons formats dans les cellules (dates et valeurs)

Formules et format de la ligne 16 des [feuilles Ephem Terre] et [Ephem Mars]

Col.	Variable	Formule	Format
B	Date	=DATE(STXT(A16;9;4);STXT(A16;5;2);STXT(A16;1;3))	Date (JJ/MM/AAA)
C	X planète	=CNUM(STXT(A16;27;17))	Nombre 7 décimales
D	Y planète	=CNUM(STXT(A16;45;17))	Nombre 7 décimales
E	Z planète	=CNUM(STXT(A16;63;17))	Nombre 7 décimales
F	d planète	=CNUM(STXT(A16;82;17))	Nombre 7 décimales

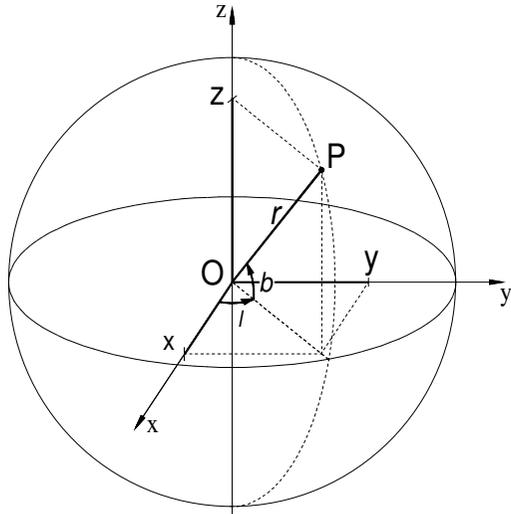
Ic - Calcul de la longitude

Passage coordonnées écliptiques - coordonnées rectangulaires et inverse

Tabuler

- Colonne G : longitude héliocentrique,
- colonne H : latitude héliocentrique

Quelles formules mathématiques et fonctions tableur ?



Passage coordonnées cartésiennes ▼ coordonnées sphériques	Passage coordonnées sphériques ▼ coordonnées cartésiennes
$x = r \cdot \cos l \cdot \cos b$ $y = r \cdot \sin l \cdot \cos b$ $z = r \cdot \sin b$	$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ $b = \text{asin} \frac{z}{r}$ $\sin l = \frac{x}{r} \quad \cos l = \frac{y}{r}$

Formules tableur passage coordonnées rectangulaires -> coordonnées sphériques

Colonne	Formule	Format
G longitude <i>l</i>	=MOD(DEGRES(ATAN2(C16;D16));360)	Nombre 3 décimales
H latitude <i>b</i>	=DEGRES(ASIN(E16/F16))	Nombre 3 décimales

Question subsidiaire :

Pourquoi la latitude de la terre n'est pas nulle ?

Le plan de l'écliptique stable à long terme est le plan de l'orbite du système Terre Lune.

Le plan de l'orbite de la Lune autour de la Terre est inclinée d'environ 5° sur l'écliptique. Seul le centre de gravité du système reste dans le plan de l'écliptique. La Terre comme la Lune passent alternativement d'un côté et de l'autre avec la période draconitique de la Lune (voir ce mot).

II - Tracé des orbites Terre et Mars

Reporter dans la *feuille Orbites* par copié-collé spécial (une fois valeur, une fois format) dates, coordonnées Terre et Mars des deux autres feuilles

<i>Col. - feuille Orbites</i>	<i>Source</i>	<i>Col. - feuille Orbites</i>	<i>Source</i>
Date col. A	Date <i>feuille Ephem Terre</i> col. B		
X Terre col. B	X Terre <i>feuille Ephem Terre</i> col. C	X Mars col. G	X Terre <i>feuille Ephem Mars</i> col. C
Y Terre col. C	X Terre <i>feuille Ephem Terre</i> col. D	Y Mars col. H	X Terre <i>feuille Ephem Mars</i> col. D
Z Terre col. D	X Terre <i>feuille Ephem Terre</i> col. E	Z Mars col. I	X Terre <i>feuille Ephem Mars</i> col. E
Dist. Terre col. E	X Terre <i>feuille Ephem Terre</i> col. F	Dist. Mars col. J	X Terre <i>feuille Ephem Mars</i> col. F

IIa - Graphique

Dans le graphique tracer par **Nuages de points/séries** :

- L'orbite de la Terre sur un an
- L'orbite de Mars sur une période sidérale de Mars

IIb - Axes des orbites

Les axes des orbites sont trouvés approximativement par les positions des *périhélies* et *aphélie*s des deux planètes.

Par un **test approprié** trouver pour la Terre et Mars, leurs jours de passage au *périhélie* et à l'*aphélie*.

Le test se fait dans la *colonne F* pour la Terre et *colonne K* pour Mars.

Remplir le tableau :

Planète	Aphélie			Périhélie		
	Date	Cellule	dist.	Date	Cellule	dist.
Terre						
Mars						

Noter les positions de ces points et *tracer dans le même graphique, les grands axes des orbites*.

Test : pour un jour donné, si la distance de la planète est plus grande que celle du jour précédent, on marque dans la cellule de la colonne F un caractère "+" sinon "-". Les jours recherchés se repèrent par les changements de "+" vers "-" à l'aphélie, et de "-" vers "+" au périhélie.

A partir du 2^{ème} point faire le test et recopier les formules jusqu'en bas du tableau.

colonne F : =SI(E17<E16;"-";"+")

colonne K : =SI(J17<J16;"-";"+")

On trouve

Planète	Aphélie			Périhélie		
	Date	Cellule	dist.	Date	Cellule	dist.
Terre	7/07/2007	E22	1.0167059	3/01/2008	E202	0.9832801
Mars	13/05/2008	J333	1.6659448	21/04/2009	J676	1.3813361

IIb - Positions des axes des planètes

Tracer avec leurs labels, les positions de la Terre et de Mars le jour du départ et le jour prévu d'arrivée.

Remarque : direction origine.

Dans le graphique qu'indique la direction des abscisses ?

Dans le graphique la direction origine des abscisses donne celle du point gamma (origine des coordonnées équatoriales et écliptiques en astronomie sphérique), direction du Soleil à l'équinoxe de printemps.

IIc - Eléments des orbites de la Terre et Mars

En utilisant les coordonnées au périhélie et à l'aphélie déterminer pour chaque planète :

- la longitude du périhélie (ϖ)
- le demi grand axe (a)
- l'excentricité (e)

$$\tan \varpi = \frac{Y_{\text{Périhélie}}}{X_{\text{Périhélie}}}$$

$$a = \frac{r_{\text{Périhélie}} + r_{\text{Aphélie}}}{2} \quad e = \frac{a - r_{\text{Périhélie}}}{a}$$

		Terre	Mars
Aphélie	Date		
	Distance		
	X		
	Y		
Périhélie	Date		
	Distance		
	X		
	Y		
Long. Périhélie			
demi grand axe			
excentr.			

		Terre	Mars
Aphélie	Date	07/07/2007	13/05/2008
	Distance	1.01671	1.66594
	X	0.25343	-1.52251
	Y	-0.98461	0.67430
Périhélie	Date	03/01/2008	21/04/2009
	Distance	0.98328	1.38134
	X	-0.20204	1.25941
	Y	0.96230	-0.56582
Long. Périhélie		101.86	335.81
demi grand axe		0.99999	1.52364
excentr.		0.01671	0.09340

Valeurs de la littérature

demi grand axe de l'orbite (en u.a.)	a	1,000	1,524
excentricité de l'orbite	e	0,01671	0,09340
longitude héliocentrique du périhélie	ϖ	102,94	336,06

Remarques

Le graphique montre une anomalie sur le tracé des axes. Les axes des orbites ne passent pas tout à fait par le Soleil.

Pourquoi ?

Deux explications :

1 – pour préciser les lignes des apsides, il faudrait chercher le vrai moment et la vraie position des planètes, car le pas d'échantillonnage est assez grand ; ceci peut se faire par interpolation.

2 – pour la Terre, la perturbation de la Lune influe sérieusement sur les vrais périhélie et aphélie du système Terre-Lune.

Ceci est visible pour le périhélie trouvé le 7 juillet alors qu'il se produit réellement entre le 3 et 4 juillet.

Approfondissement

Pour améliorer les valeurs calculées, il faut préciser les instants des périhélies et aphélies car en un jour, les planètes se déplacent par milliers de km.

Déplacement de la Terre et Mars :

Planète	a (u.a.)	a (km)	P	Vit.(km/s)	Vit.(km/j)
Terre	1.00000	149597870	365.256	29.8	2573404
Mars	1.56000	233372677	686.980	24.7	2134449

Valeurs précises

1) Connaissant les jours où la Terre et Mars passent aux points remarquables de leurs aphélie et périhélies, on peut reprendre de nouvelles éphémérides avec un pas beaucoup plus fin pour trouver ces instants à l'heure où à la minute près.

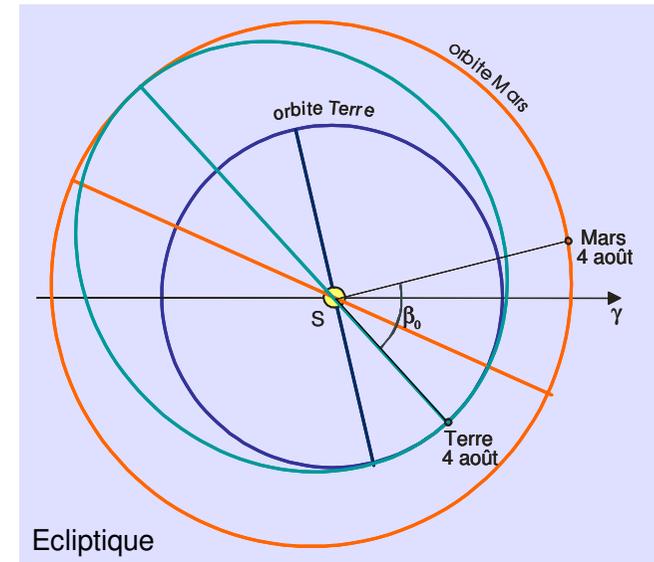
2) Il est possible aussi de rechercher ces instants par interpolation. A partir de trois points encadrant l'instant cherché, puisque la distance passe par un extremum, maximum (aphélie) ou minimum (périhélie), on suppose que la variation de la distance suit à peu de chose près une variation parabolique. Des formules simples permettent de calculer l'instant de ces extremums et leurs valeurs.

III - Orbite de la sonde

IIIa - Orbite théorique d'une sonde partie le 4 août 2007.

Schéma de la trajectoire :

Tableur : feuilles Orbits/Tableau II
Positions des planètes au départ



Positions le jour de départ ?

- la distance Terre Soleil ?
- la longitude de la Terre ?
- distance Soleil Mars au départ ?
- longitude de Mars ?
- longitude de Mars à l'arrivée ?
- la distance Soleil à l'orbite de Mars dans la direction opposée à la Terre ?

- distance Soleil Terre : 1.014605 u.a.
- longitude de la Terre : 312,6° à prendre dans la *feuille Ephem Terre* au 4 août, au milieu de journée.
- distance Soleil Mars au départ : 1.4072178
- longitude de Mars : 14,3° dans la *feuille Ephem Mars* au 4 août.
- longitude de Mars à l'arrivée : 132,6°
- on cherche dans la *feuille Ephem Mars*, la ligne où la longitude de Mars vaut 132,6°. C'est le 20 mars 2008. La distance de Mars au Soleil vaut : 1.652076 u.a.

Calculer les éléments de l'orbite de la sonde

- Demi grand axe a
- Par la 3^{ème} loi de Képler, sa période P
- Durée du voyage
- Date d'arrivée
- Longitude Mars le 11 mai 2008
- Angle Terre - Mars au départ β_0

- Demi grand axe $a = (1.014605+1.652076)/2=1.33334$
- Par la 3^{ème} loi de Képler, $P = 1.5396$ années = 562.35 jours
- Durée du voyage 281.17 jours
- Date d'arrivée 11/05/2008
- Longitude Mars le 11 mai 2008 155°
- Angle Terre - Mars au départ $\beta_0 = 44.3^\circ$

Remarques

On a trouvé la position d'arrivée de la sonde en cherchant la position de l'orbite de Mars opposée à la position de la Terre lors du départ de la sonde.

La date d'arrivée de la sonde à l'orbite de Mars (aphélie de la sonde) ne correspond pas à la date du passages de Mars en ce point.

Mars passe en ce point le 18 mars 2008, la sonde le 10 mai 2008.

Du fait de la forte excentricité de l'orbite de Mars, l'orbite de la sonde croise, en projection, l'orbite de Mars avant son aphélie. Là aussi, Mars n'est pas au rendez-vous.

IIIa - Orbite théorique et tracé

Avec les caractéristiques de la sonde, tracer sa trajectoire

Demi grand axe a	1.3325446
Période P	561.85
excentricité	0.23860
Durée du voyage	280.92
Long. du périhélie l_0	311.64

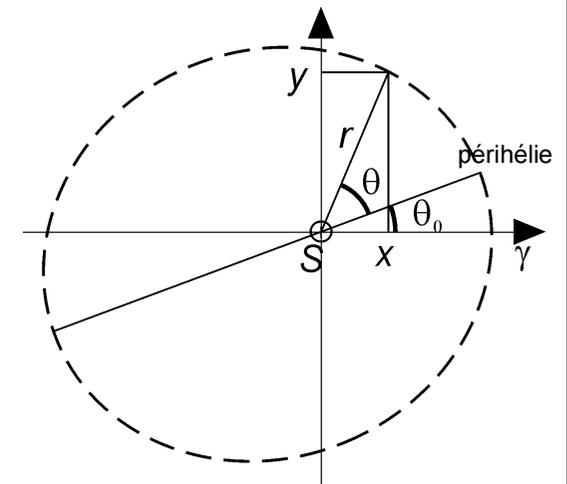
Le voyage dure 281 jours. En prenant 281 points sur 180° , calculer les positions correspondantes de la sonde et tracer sa trajectoire.

Expression de r distance Soleil-sonde en coordonnées polaire

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad \text{1}^{\text{ère}} \text{ loi de Képler}$$

$$x = r \cdot \cos(\theta + \theta_0) \quad y = r \cdot \sin(\theta + \theta_0)$$

θ_0 correspondant à la longitude du périhélie.



Feuille *Orbites*. Remplir les colonnes AB à AF avec les données calculées

Col.	variable	formule excel	format
AB	indice pos.	0, 1, 2, ...	entier
AC	angle q	=AB16*180/np	Nb 2 décimales
AD	r sonde	=aa*(1-e*e)/(1+e*COS(RADIANS(AC16)))	Nb 6 décimales
AE	X sonde	=AD16*COS(RADIANS(MOD(AC16+b0;360)))	Nb 6 décimales
AF	Y sonde	=AD16*SIN(RADIANS(MOD(AC16+b0;360)))	Nb 6 décimales

IIIb - Orbite réelle

On trouve sur le site de la sonde Phoenix, un graphique de la trajectoire de la sonde (fichier *lg_161.gif*).

Comment l'utiliser avec le graphique du tableur ?

Repérer sur ce schéma, la direction origine par la longitude de la Terre le jour du départ. Conclusions ?

La direction origine est à 180° de celle du graphique tableur. Nous utiliserons un fichier tourné et francisé *traj_phoenix.gif*

L'inclure dans le *feuille Orbite*,
la superposer au graphique
ajuster son échelle de façon que les cercles Terre et Mars coïncident

Dans l'encadré "Axe de l'orbite de la sonde"

Mettre la position de la Terre au 14 août (X, Y et longitude)

Mettre la position de l'orbite de Mars opposée au point de départ de la Terre (X, Y et longitude)

Tracer l'axe de l'orbite de la sonde.

Comparer avec la trajectoire réelle.

Pour des raisons balistiques, la sonde ne part pas avec une direction tangente à l'orbite de la Terre.

Après plusieurs corrections, la sonde arrive sur Mars plus tard qu'avec la trajectoire keplérienne.

Mais ceci permet à la fusée porteuse qui se sépare à la fin du voyage, de ne pas s'écraser sur Mars (pour éviter la pollution du sol de Mars).

IV - Vitesses de la sonde

Au départ et à l'arrivée, la sonde doit changer de vitesse

- au lancement, de la vitesse de la Terre à sa vitesse pour être au périhélie sur son orbite
- à l'arrivée, de sa vitesse à son aphélie à la vitesse de Mars

IVa - Vitesses des planètes et de la sonde

On utilise la formule qui donne la vitesse sur une orbite elliptique en fonction du rayon vecteur :

$$V^2 = G(M_{\text{Soleil}} + M_{\text{Planète}}) \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

G constante de la gravitation, a demi-grand axe de l'orbite, Terre, planète ou sonde.

Où trouver les valeurs des constantes physiques et astronomiques ?

<http://www.imcce.fr/fr/ephemerides/astronomie/Promenade/pages5/523.html>

On peut négliger la masse de la planète par rapport à celle du Soleil.

$$V^2 = GM_{\text{Soleil}} \cdot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

On peut aussi utiliser le calcul direct des vitesses au périhélie et à l'aphélie et de la vitesse moyenne.

(voir *Astronomie Astrophysique* de M. Séguin et B. Villeneuve ERPI, collection du Renouveau pédagogique, 195, ISBN 2-7613-0929-4 pages 126-127)

Vitesse moyenne	$v_m = \frac{2\pi a}{T} (1 - e^2)^{-1/2}$
Vitesse au périhélie	$v_{\text{Périhélie}} = v_m \cdot (1 + e)$
Vitesse à l'aphélie	$v_{\text{Aphélie}} = v_m \cdot (1 - e)$

IVb - Vitesses planètes et sonde - calculs tableur

Utiliser le [tableau IV]de la [Feuille Orbites]

A partir des caractéristiques des orbites des planètes et de la sonde trouver

- leurs vitesses moyennes ?
- leurs vitesses au périhélie ?
- leurs vitesses à l'aphélie ?

Formules des vitesses, voir **partie IVa**

Formules tableur

col.	Argument	Formule tableur
E	Vitesse moyenne	=2*PI()*O88/(Q88*24*3600)*(1-P88^2)^(-0.5)
F	Vitesse au périhélie	=R88*(1+P88)
G	Vitesse à l'aphélie	=R88*(1-P88)

Résultats

	demi grand axe (u.a.)	Exentr.	Période (jours)	Vitesse moyenne	Vitesse périhélie	Vitesse aphélie
Terre	1.000	0.01671	365.26	29.748	30.25	29.25
Mars	1.524	0.0934	686.98	24.207	26.47	21.95
Sonde	1.333	0.23860	561.85	26.57	32.91	20.23

Comparer les vitesses de départ et d'arrivée de la sonde aux vitesses de la Terre et de la planète à atteindre.

Un peu de curiosité : bilan des sondes Terre Mars

Le voyage est plein de péril. Pour s'en rendre compte consulter la page "Tableau de chasse" du site : http://www.nirgal.net/explora_tableau_de_chasse.html